



‘거꾸로교실’이 교육의 위기를 행복한 희망으로 바꾸고 있습니다!

“모두가 교육의 위기를 걱정할 때, 우리는 그냥 희망을 만들기로 했습니다.” 이렇게 선언한 선생님들이 있습니다. 교실 붕괴를 넘어 4차 산업혁명의 쓰나미에 처한 위기의 공교육 현실에서 마치 수레바퀴 앞 사마귀를 연상시키는 이 당돌함은 어떻게 나올 수 있었을까요?

실마리는 수업입니다. 수업에서 희망을 보았기 때문입니다. 이들 역시 대한민국의 여느 교실처럼 매 수업마다 무너져 가는 아이들과 힘겹게 씨름하던 선생님들이었습니다. 그러던 어느 날 지극히 간단한 수업의 변화를 통해 아이들 모두가 깨어나는 경이로운 순간을 경험합니다. 그리고 웃음과 수다로 가득한 교실에서 그저 교과 지식의 배움에 그치는 것이 아니라 21세기에 살아가기 위한 핵심적인 능력들이 자라나는 것을 목격합니다. 바로 ‘거꾸로교실’입니다.

2013년 2학기 부산의 한 중학교에서 KBS 다큐멘터리 프로젝트로 시작된 이 수업 혁신 실험은 예상을 뛰어넘는 큰 변화를 남겼습니다. 이후 성공 경험의 확산을 위해 전국의 ‘거꾸로교실’ 교사들이 “미래교실네트워크”란 이름으로 함께 모였고, 교사가 교사에게 경험을 전하고 협력을 통해 함께 진화하는 ‘거꾸로교실’ 교사 캠프가 2017년 6월까지 45차례 넘게 진행되었습니다. 초중고 모든 과목을 망라한 15,000명이 넘는 교사들이 참여하며 빠른 속도로 번져 나가고 있습니다.

이 놀라운 열풍을 불러일으킨 ‘거꾸로교실’의 본질은 수업의 방향 전환입니다. 수업 주도권을 교사에게서 학생에게로 완전히 뒤바꿔 놓는 질적 전환을 의미합니다. 수업 전에 학생들에게 제시하는 디딤영상은 수업 시간에 더 이상 선생님이 가르치지 않기 위한 보조 장치입니다. 진짜 선생님의 역할은 지식을 전달하는 것이 아니라, 학생들 사이의 소통과 협력, 동료 학습을 활성화시키기 위한 수업 디자이너가 되는 것입니다. 그로부터 행복한 교실의 마법이 시작됩니다.

이렇게 단순하지만 큰 수업의 방향 전환을 실제 실행하고 진화시켜 온 “미래교실네트워크” 선생님들이 자신들의 진짜 수업 경험을 다른 선생님들과 나누기 위해 오롯이 모였습니다. 그 노력의 의미는 단 한 가지입니다. 절망을 뛰어넘어 미래를 여는 희망의 시공간이 되는 교실과 수업. 그들이 그러했듯이 대한민국 모든 교사가 함께 경험하길 간절히 바라고 있는 것입니다.

2017. 7.

(사) 미래교실네트워크 사무총장 정찬필

“미래엔”의 수업 혁신 프로젝트가 2015개정 교육과정의 변화를 실현해 나갑니다!

정보 통신 기술의 발달로 우리 사회는 하루가 다르게 변화하고 있습니다. 21세기 미래형 인재를 육성해야 하는 교육 현장에도 이러한 변화의 물결이 출렁이고 있습니다. 오늘날에는 지식의 실용적 가치가 중요해지면서 삶과 삶을 연결시키는 교육이 필요하게 되었습니다. 학생들은 혼자가 아닌 여럿이 함께 활동하면서 문제를 해결하는 창의력을 길러야 합니다.

2018학년도부터 적용되는 2015개정 교육과정 역시 이러한 변화를 중심에 두고 있습니다. 2015 개정 교육과정은 학생 참여형 수업의 활성화, 학습의 과정을 중시하는 평가 등을 통하여 바른 인성을 갖춘 창의융합형 인재 양성을 주요 키워드로 하고 있습니다.

이와 같은 시대의 흐름과 새 교육과정을 모두 충족시킬 수 있는 교육의 대안으로 ‘거꾸로교실’이 제시되고 있습니다. ‘거꾸로교실’에서는 교사 위주의 일제식 교육에서 벗어나 학생들이 배움을 주도해 나가고 있습니다. 학생들은 소통과 협업을 바탕으로 스스로 문제를 해결하는 과정을 통해 능동적으로 수업에 참여하고 있으며, 21세기를 살아갈 역량을 키우고 있습니다.

‘거꾸로교실’ 수업 사례와 성과를 지켜보면서 많은 선생님들이 변화의 필요성을 공감하게 되었고, 새로운 수업 방식을 도입하고자 하는 시도들이 이루어지고 있습니다. 이에 “미래엔”은 2015 개정 교육과정에 맞추어 ‘거꾸로교실’을 운영할 수 있도록 『거꾸로교실 수업 활용서』를 출간하게 되었습니다.

『거꾸로교실 수업 활용서』는 교과 내용 중심의 기존 지도서와는 달리, 미래엔 교과서로 ‘거꾸로교실’을 운영할 수 있도록 수업 설계와 진행 방법, 학습지, 수업 사례 등을 중점적으로 다루고 있습니다. 앞서 ‘거꾸로교실’을 운영한 선생님들의 노하우도 오롯이 담겨 있습니다.

“미래엔”의 수업 혁신 프로젝트의 일환인 『거꾸로교실 수업 활용서』가 2015개정 교육과정의 변화를 실현해 나가는 데 도움이 되기를 바랍니다. 아울러 앞으로도 선생님과 끊임없이 소통하며 교육의 변화를 이끌어 갈 것을 약속드립니다.

교육의 새 바람, 교실의 새 기운을 불러일으키는

‘거꾸로 교실’을 소개합니다!



1

‘거꾸로교실’은
어떻게 하는 거죠?



“수업 전 디딤영상으로 배우고”

학생들은 수업 전 선생님이 미리 제작한 디딤영상을 봅니다. 해당 단원에서 배워야 하는 개념을 익히는 과정이죠. 디딤영상은 PPT, 웹툰, 사진 등의 다양한 시각 자료로 구성되어 학생들이 흥미롭게 배울 수 있습니다.

“수업 중 활동으로 익힌다”

디딤영상에서 배운 개념을 활용해 다양한 개별·모둠 활동에 참여합니다. 학생들은 기초-발전-심화 활동을 통해 학습 내용을 반복해서 익히며 문제해결력을 기릅니다.



디딤영상, 스마트폰으로 간단하게 만들 수 있어요!

- 영상 해상도는 1280×720사이즈로 찍어도 충분합니다.
- 세로 방향은 학생들이 보기에 불편해요. 가로 방향으로 찍어 주세요.
- 녹화 버튼이 우측으로 온 상태의 가로 방향으로 찍어야 영상이 뒤집히지 않아요.
- 수업 자료를 보면서 선생님의 생생한 목소리를 들려주세요. 약간의 소음은 문제되지 않습니다.
- 어플을 활용하면 좀 더 쉽게 수준급의 영상을 만들 수 있어요.



2

‘거꾸로교실’은
소통과 협력을 중시하는
미래형 교육입니다!

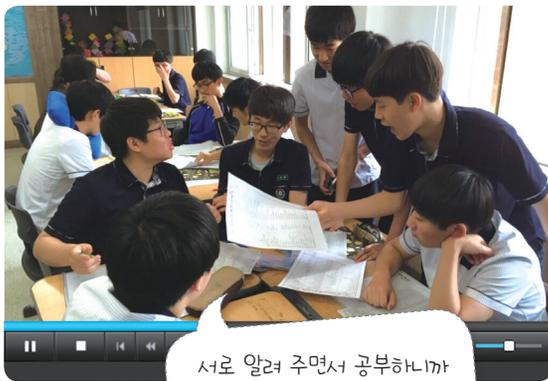
2017년 1월에 방영된 KBS 『교육희망프로젝트 : 배움은 미래다』에서 ‘4차 산업혁명 시대에 살아남기 위한 미래형 인재 교육 방법’을 주제로 열린 강연이 펼쳐졌습니다.

미래형 인재를 길러내기 위해 교육은 어떻게 바뀌어야 할까요?

“미래형 인재를 다른 사람과
함께 성공하는 능력,
즉 **소통하고 협업할 수 있는
능력을 갖춘 사람입니다.**”



이 프로그램에서는 현재 교육의 문제를 극복하고 미래를 대비하는 인재의 교육 방안으로 ‘거꾸로교실’을 제시하였습니다. 학생들은 ‘거꾸로교실’을 통해 협업과 소통을 바탕으로 능동적으로 수업에 참여하면서 미래 사회가 필요로 하는 창의적 인재로 자라게 됩니다.



서로 알려 주면서 공부하니
노는 것처럼 재밌고
이해도 더 잘되요.
머릿속에 쑥쑥 들어와요.

‘거꾸로교실’ 수업을 하면서
서로를 배려하고 공감하는 능력을
키울 수 있어요.
부족할 때에는 서로 도와주고,
잘할 때에는 서로 칭찬하며
하나의 프로젝트를 완성하는 거죠.



3

‘거꾸로교실’은 학생 중심의 다양한 활동 수업입니다!

‘거꾸로교실’에서는 다양한 활동을 통하여 학생들이 수업을 주도해 나갑니다. 선생님이 주도하는 지식 전달 수업에서 벗어나 학생들이 중심이 되어 스스로 탐구하고 토의하고 체험하는 다양한 활동 과정을 통해 문제를 해결해 나가고 있습니다.



모둠원이 함께 개념을 정리하는
‘보석맵 활동’



학습 내용을 연결하고 확장시키는
‘배움 지도 그리기 활동’



서로 이어 가면서
지식을 전달하는 ‘릴레이 활동’

‘거꾸로교실’에서는 선생님에게 질문하기 전에 친구들과 모둠을 이루어 서로 가르치고 설명합니다.

수업의 중심에 학생들이 있고, 그들이 스스로 능동적으로 참여하는 것입니다.

‘거꾸로교실’은 소수 몇몇 학생의 주도로 이루어지는 것이 아니라,

소외되는 학생 없이 모두 함께 수업에 몰입할 수 있는 수업 형태입니다.



서로의 모둠에서 탐구한 내용을
공유하는 ‘갤러리워크’



상황 속 인물이 되어
이해와 공감의 폭을 넓히는 ‘ucc 만들기’

4

‘거꾸로교실’에서는 선생님도 배움 공동체의 일원입니다!

‘거꾸로교실’에서는 여러 명의 학생을 대상으로 지식을 전달하는 일방적 설 명식 수업은 찾아볼 수 없습니다. 선생님은 교단 앞에 머무르지 않고 학생들 속에서 함께 방향을 찾기도 하고, 문제를 해결해갈 수 있도록 이끌어 주는 역할을 합니다.

“2014년 3월, 봄날의 아지랑이와 함께 찾아온 ‘거꾸로교실’의 마법이 시작되었습니다. ‘거꾸로교 실’은 평소 ‘무엇을’ 배워야 하는지에만 관심을 기울였던 학교 현장에 ‘어떻게’ 배워야 하는지, ‘왜’ 배워야 하는지에 대한 교육적 성찰을 불러일으켰습니다.

‘거꾸로교실’에서는 교사가 일방적으로 지식을 전달하지 않고, 소통과 협력을 통해 배움을 실천 하고 연결과 확장을 통해 창의성을 극대화하는 역할을 합니다. 교사는 더 이상 교과서와 고군분 투하는 지식 전달자가 아닙니다. 교사는 ‘거꾸로교실’의 수업디자인을 기획하는 배움의 조력자이 자, 학생과 함께 그 배움을 나누는 학습공동체의 일원인 것입니다.

무기력한 학생들의 눈빛에 생기가 돌고, 수업의 의미를 찾지 못해 책상 위로 힘없이 무너졌던 학 생들이 살아나는 것을 보며 ‘거꾸로교실’에서 미래 교육의 희망을 찾았습니다.”

이성원_거꾸로캠퍼스



구성과 특징

준비하기

01

다항식의 연산

(다항식의 연산)
▶ 다항식의 덧셈과 뺄셈, 곱셈과 나눗셈을 이해하고 기호를 사용할 수 있다.

가꾸러 수업 관리 안내

수업 준비

- ▶ **학습 목표 제시** 이번 단원의 학습 목표를 제시하여, 전 주 관련 학습 내용을 연상시킨다.
- ▶ **다임영상 내용 정리** 다임영상의 주요 내용을 탐구하기와 가꾸러 수업을 준비한다.

수업의 개요

학습 목표

다항식의 덧셈과 뺄셈, 곱셈과 나눗셈의 원리를 이해하고, 이를 이용하여 계산할 수 있도록 한다. 다양한 요인이 작용하는 생활 주변의 현상을 다항식을 이용하여 간단하게 나타낼 수 있도록 한다.

- ▶ **다항식의 덧셈에서 상수항 살아내기**
자신의 다항식 카드와 친구의 다항식 카드의 덧셈과 뺄셈을 단계적으로 하여 계산하는 방법을 익힌다.
- ▶ **다항식의 곱셈으로 오피 개장하기**
오피 개장비에 있는 공평 공차와 관계 있는 방정식을 통해 공평 공차를 익힌다.
- ▶ **다항식의 나눗셈 - 문예 시장**
다항식의 나눗셈 문예 시장 학생들이 직접 만들고 싶어 보면서 다항식의 나눗셈에 대해 익힌다.

수업 정리

- ▶ **학습 확인** 이번 단원에서 배운 내용을 가꾸러 중심으로 정리하여 정리한다.
- ▶ **가꾸러, 수업을 돕는 카드** 가꾸러, 수업을 돕는 카드 및 가꾸러에 대한 지도안을 한다.

수업 펼치기

활동 1 다항식의 덧셈에서 상수항 살아내기

효과	자신이 가지고 있는 다항식 카드와 다른 친구들이 가지고 있는 다항식 카드를 이용하여 다항식의 덧셈과 뺄셈을 익힐 수 있다.												
준비물	다항식 카드(학생 수 만큼 인쇄), 활동지, 가꾸러, 펜												
수업 활동	<ul style="list-style-type: none"> ① 개인별로 다항식 카드와 활동지를 잘 준비하고 다항식 카드에 적힌 다항식을 활동지에 적는다. ② 자유롭게 돌아다니면서 친구가 가지고 있는 다항식 카드와 공유하여 다항식의 덧셈 또는 뺄셈을 한다. ③ 앞에서 계산 결과로 나온 다항식을 활동지에 쓰고 자신의 활동지에 적힌 다항식과 다른 친구의 활동지에 적힌 다항식을 공유하여 다항식의 덧셈 또는 뺄셈을 한다. ④ 상수항만 남을 때까지 같은 방법으로 진행하고 상수항만 남으면 활동지를 찢고 지우개로 지운다. ⑤ 시브 활동에 대해 노면 점을 공유한다. <p>(다항식 카드 예시)</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td>$x^2 + 2x + 4$</td> <td>$x^2 + 5x + 2$</td> <td>$2x^2 - 5x + 6$</td> </tr> <tr> <td>$2x^2 + 3x - 2$</td> <td>$2x^2 - 5x - 2$</td> <td>$x^2 - x + 6$</td> </tr> <tr> <td>$3x^2 - 4x + 2$</td> <td>$x^2 - 2x + 3$</td> <td>$2x^2 + 3x + 1$</td> </tr> <tr> <td>$x^2 - x^2 + x + 6$</td> <td>$x + 6$</td> <td>$-2x^2 - 5x + 5$</td> </tr> </table>	$x^2 + 2x + 4$	$x^2 + 5x + 2$	$2x^2 - 5x + 6$	$2x^2 + 3x - 2$	$2x^2 - 5x - 2$	$x^2 - x + 6$	$3x^2 - 4x + 2$	$x^2 - 2x + 3$	$2x^2 + 3x + 1$	$x^2 - x^2 + x + 6$	$x + 6$	$-2x^2 - 5x + 5$
$x^2 + 2x + 4$	$x^2 + 5x + 2$	$2x^2 - 5x + 6$											
$2x^2 + 3x - 2$	$2x^2 - 5x - 2$	$x^2 - x + 6$											
$3x^2 - 4x + 2$	$x^2 - 2x + 3$	$2x^2 + 3x + 1$											
$x^2 - x^2 + x + 6$	$x + 6$	$-2x^2 - 5x + 5$											
유의점	활동지를 찢을 때 안전핀으로 고정하여 찢어 보거나 다항식의 덧셈과 뺄셈 방법을 알려주도록 한다.												

수업 흐름도를 보며 수업 계획 세우기

거꾸로수업을 진행할 수 있도록 수업의 전반적인 내용을 간략하게 수록하여 수업 전체 흐름을 파악할 수 있습니다. 수업 시수와 사전 학습 상황, 학력 수준에 따라 선생님이 활동의 단계를 조정할 수 있습니다.

다임영상의 주요 내용 선정과 제작하기

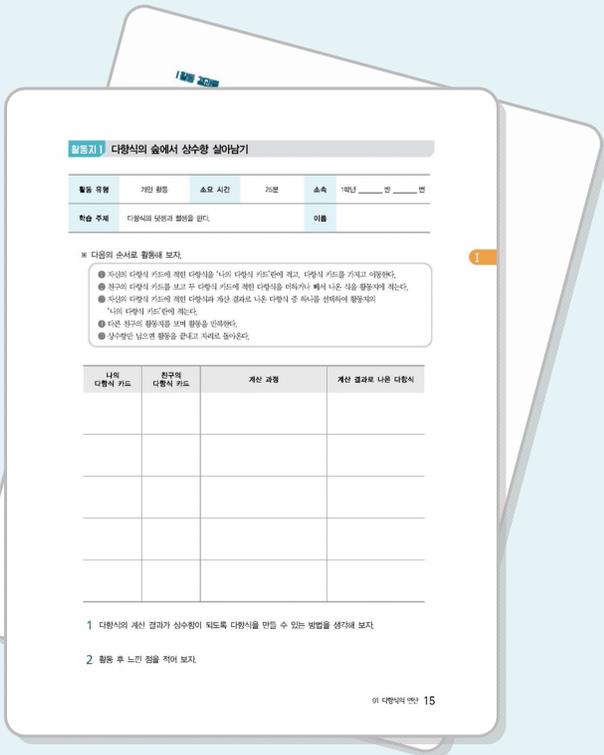
주제와 관련하여 반드시 알아 두어야 할 핵심 개념을 정리하였습니다. 이 내용을 바탕으로 학습 내용을 선정하고, 다임영상을 제작할 수 있습니다.

다양한 활동으로 “거꾸로수업” 실행하기

선생님들이 거꾸로수업을 적극적으로 진행할 수 있도록 상세한 활동 지도안을 제시하였습니다. 또한, 거꾸로수업에 바로 활용할 수 있는 개별 · 모둠 활동지도 함께 수록하였으며, 활동의 예시 자료를 통해 미리 거꾸로수업 상황을 예측할 수 있도록 하였습니다.

1 활동 지도안

활동을 통해 궁극적으로 도달하고자 하는 학습 목표가 무엇인지 제시한 다음에 구체적인 활동 방법을 설명하였습니다. 활동 방법에는 쉽고 명확하게 단계별로 활동을 진행할 수 있도록 사진이나 그림 자료를 활용하였습니다. 또한, 선생님 팁을 두어 활동에 필요한 부가 자료, 활동상의 유의점, 활동의 변형 등을 제시하였습니다.



② 개별·모듬 활동지

거꾸로수업에 활용할 수 있는 활동지를 제시하였습니다. 본 활동지는 한글 파일로도 제공되므로 다운받아 수업 상황에 맞게 변형하여 사용할 수 있습니다.

④ 활동 예시 자료

현재 거꾸로수업을 실행하고 있는 선생님들이 모아 둔 활동의 자료들을 생생하게 제시하였습니다. 실제 학생들이 수행한 활동 자료들을 보면서 창의적이고 발전된 수업을 진행할 수 있습니다.

활동 평가하기

학생들이 제출한 활동지와 활동 평가지를 토대로 선생님이 활동별 평가 항목에 따라 직접 평가할 수 있도록 구성하였습니다. 또한, 평가 진행시 유의점과 학교 생활기록부 기재 예시 내용을 제시하였습니다.

단원 마무리하기

단원을 마무리할 수 있도록 단원 전체와 관련된 활동으로 구성하였고, 모듬별로 수업을 진행할 수 있도록 다양하게 구성하였습니다.

이 책의 차례

I

다항식

- 01 다항식의 연산
- 02 항등식과 나머지정리
- 03 인수분해

II

방정식과 부등식

- 04 복소수와 그 연산
- 05 이차방정식
- 06 이차방정식과 이차함수
- 07 여러 가지 방정식과 부등식

III

도형의 방정식

- 08 평면좌표
- 09 직선의 방정식
- 10 원의 방정식
- 11 원과 직선의 위치 관계
- 12 평행이동과 대칭이동

IV

집합과 명제

- 13 집합의 뜻과 포함 관계
- 14 집합의 연산
- 15 명제와 조건
- 16 명제의 증명

V

함수

- 17 함수의 뜻과 그래프
- 18 합성함수와 역함수
- 19 유리함수

VI

경우의 수

- 20 경우의 수
- 21 순열과 조합

I

다항식

학습 목표

- 다항식의 사칙연산을 하는 방법을 이해한다.
- 항등식, 나머지정리와 인수정리의 뜻을 이해한다.
- 다항식의 인수분해를 알아본다.

주제	활동	집필자
01 다항식의 연산	활동 1 다항식의 숲에서 상수항 살아남기	전유리 (보은여고)
	활동 2 다항식의 곱셈으로 오목 게임하기	
	활동 3 다항식의 나눗셈 - 문제 시장	
	마무리 활동 단원 종합 문제 풀고 정답지 만들기	
02 항등식과 나머지정리	활동 1 보석맵으로 항등식 이해하기	
	활동 2 나머지정리와 인수정리 - 카드뎃기 게임	
03 인수분해	활동 1 길건너 테트리스	
	활동 2 나도 선생님 - 문제풀이 영상 올리기	
	마무리 활동 Math in the book - 수학 동화책 만들기	

01

I-1. 다항식의 연산

다항식의 연산

학습 목표 · 다항식의 덧셈과 뺄셈, 곱셈과 나눗셈을 이해하고 계산할 수 있다.

거꾸로 수업 과정 안내

수업 준비

- ▶ **학습 목표 제시** 이번 단원의 학습 목표를 제시하며, 전후 관련 학습 내용과 연관짓는다.
- ▶ **디딤영상 내용 점검** 디딤영상의 주요 내용을 환기시키며 거꾸로 수업을 준비한다.

수업의 개요

수업 의도

다항식의 덧셈과 뺄셈, 곱셈과 나눗셈의 원리를 이해하고, 이를 이용하여 계산할 수 있도록 한다. 다양한 요인이 작용하는 생활 주변의 현상을 다항식을 이용하여 간단하게 나타낼 수 있도록 한다.

활동 1 다항식의 숲에서 상수항 살아남기

자신의 다항식 카드와 친구의 다항식 카드의 덧셈과 뺄셈을 반복적으로 하여 계산하는 방법을 익힌다.

활동 2 다항식의 곱셈으로 오목 게임하기

오목 게임판에 있는 곱셈 공식을 전개해 보는 활동을 통해 곱셈 공식을 익힌다.

활동 3 다항식의 나눗셈 - 문제 시장

다항식의 나눗셈 문제를 학생들이 직접 만들고 풀어 보면서 다항식의 나눗셈에 대해 익힌다.

수업 정리

- ▶ **학습 확인** 이번 단원에서 배운 내용을 키워드 중심으로 언급하며 정리한다.
- ▶ **개별, 모둠별 활동지 제출** 개별, 모둠별 활동지 및 결과물에 대한 피드백을 한다.

① 다항식의 정리

- (1) 내림차순으로 정리: 다항식을 한 문자에 대하여 차수가 높은 항부터 차례대로 나타내는 것
- (2) 오름차순으로 정리: 다항식을 한 문자에 대하여 차수가 낮은 항부터 차례대로 나타내는 것
- 예 다항식 $-5x + 3x^2 - 2$ 를 x 에 대하여
 - (1) 내림차순으로 정리하면 $3x^2 - 5x - 2$
 - (2) 오름차순으로 정리하면 $-2 - 5x + 3x^2$

② 다항식의 덧셈과 뺄셈

- (1) 다항식의 덧셈: 다항식의 덧셈은 동류항끼리 모아서 간단히 정리한다.
- (2) 다항식의 뺄셈: 다항식의 뺄셈은 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어서 더한다.
- 예 두 다항식 $A = 2x^2 + 3xy - y^2$, $B = x^2 - xy + 2y^2$ 에 대하여

$$A + B = 3x^2 + 2xy + y^2, A - B = x^2 + 4xy - 3y^2$$

③ 다항식의 덧셈에 대한 성질: 세 다항식 A, B, C 에 대하여

- (1) 교환법칙: $A + B = B + A$
- (2) 결합법칙: $(A + B) + C = A + (B + C)$

④ 다항식의 곱셈: 다항식의 곱셈은 분배법칙을 이용하여 식을 전개한 다음 동류항끼리 모아서 정리한다.

⑤ 다항식의 곱셈에 대한 성질: 세 다항식 A, B, C 에 대하여

- (1) 교환법칙: $AB = BA$
- (2) 결합법칙: $(AB)C = A(BC)$
- (3) 분배법칙: $A(B + C) = AB + AC$, $(A + B)C = AC + BC$

⑥ 곱셈 공식

- (1) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- (2) $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
- (3) $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$, $(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$
- (4) $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$
- (5) $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$, $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- (6) $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$, $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

⑦ 다항식의 나눗셈: 다항식의 나눗셈은 각 다항식을 내림차순으로 정리한 다음 자연수의 나눗셈과 같은 방법으로 계산한다.

$$A = BQ + R \text{ (단, } R \text{의 차수는 } B \text{의 차수보다 낮다.)}$$

활동 1 다항식의 숲에서 상수항 살아남기

<p>효과</p>	<p>자신이 가지고 있는 다항식 카드와 다른 친구들이 가지고 있는 다항식 카드를 이용하여 다항식의 덧셈과 뺄셈을 익힐 수 있다.</p>												
<p>준비물</p>	<p>다항식 카드(학생 수 만큼 인쇄), 활동지, 가위, 펜</p>												
<p>수업 활동</p>	<p>① 개인별로 다항식 카드와 활동지를 한 장씩 갖고 다항식 카드에 적힌 다항식을 활동지에 적는다. ② 자유롭게 돌아다니면서 친구가 가지고 있는 다항식 카드와 공유하여 다항식의 덧셈 또는 뺄셈을 한다. ③ ②에서 계산 결과로 나온 다항식을 활동지에 쓰고 자신의 활동지에 적힌 다항식과 다른 친구의 활동지에 적힌 다항식을 공유하여 다항식의 덧셈 또는 뺄셈을 한다. ④ 상수항만 남을 때까지 같은 방법으로 진행하고 상수항만 남으면 활동을 멈추고 자리로 돌아온다. ⑤ 서로 활동에 대해 느낀 점을 공유한다.</p> <p style="text-align: center;">〈 다항식 카드 예시 〉</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>$x^2 + 2x + 4$</td> <td>$x^3 + 5x + 2$</td> <td>$2x^2 - 5x + 6$</td> </tr> <tr> <td>$2x^2 + 3x - 2$</td> <td>$2x^3 - 5x - 2$</td> <td>$x^2 - x + 6$</td> </tr> <tr> <td>$3x^2 - 4x + 2$</td> <td>$x^2 - 2x + 3$</td> <td>$2x^2 + 3x + 1$</td> </tr> <tr> <td>$x^3 - x^2 + x + 6$</td> <td>$x + 6$</td> <td>$-2x^2 - 3x + 5$</td> </tr> </table>	$x^2 + 2x + 4$	$x^3 + 5x + 2$	$2x^2 - 5x + 6$	$2x^2 + 3x - 2$	$2x^3 - 5x - 2$	$x^2 - x + 6$	$3x^2 - 4x + 2$	$x^2 - 2x + 3$	$2x^2 + 3x + 1$	$x^3 - x^2 + x + 6$	$x + 6$	$-2x^2 - 3x + 5$
$x^2 + 2x + 4$	$x^3 + 5x + 2$	$2x^2 - 5x + 6$											
$2x^2 + 3x - 2$	$2x^3 - 5x - 2$	$x^2 - x + 6$											
$3x^2 - 4x + 2$	$x^2 - 2x + 3$	$2x^2 + 3x + 1$											
$x^3 - x^2 + x + 6$	$x + 6$	$-2x^2 - 3x + 5$											
<p>유의점</p>	<p>• 활동을 진행하기 전에 모둠별로 교과서 문제를 풀어 보면서 다항식의 덧셈과 뺄셈 방법을 알아두도록 한다.</p>												

활동지 1 다항식의 숲에서 상수항 살아남기

활동 유형	개인 활동	소요 시간	25분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	다항식의 덧셈과 뺄셈을 한다.			이름	

※ 다음의 순서로 활동해 보자.

- ① 자신의 다항식 카드에 적힌 다항식을 '나의 다항식 카드'란에 적고, 다항식 카드를 가지고 이동한다.
- ② 친구의 다항식 카드를 보고 두 다항식 카드에 적힌 다항식을 더하거나 빼서 나온 식을 활동지에 적는다.
- ③ 자신의 다항식 카드에 적힌 다항식과 계산 결과로 나온 다항식 중 하나를 선택하여 활동지의 '나의 다항식 카드'란에 적는다.
- ④ 다른 친구의 활동지를 보며 활동을 반복한다.
- ⑤ 상수항만 남으면 활동을 끝내고 자리로 돌아온다.

나의 다항식 카드	친구의 다항식 카드	계산 과정	계산 결과로 나온 다항식

1 다항식의 계산 결과가 상수항이 되도록 다항식을 만들 수 있는 방법을 생각해 보자.

2 활동 후 느낀 점을 적어 보자.

활동 2 다항식의 곱셈으로 오목 게임하기

<p>효과</p>	<p>오목 게임을 통해 곱셈 공식을 즐겁게 외우고 활용하면서 다항식의 곱셈 공식을 이해할 수 있다.</p>
<p>준비물</p>	<p>오목 게임판, 색연필</p>
<p>수업 활동</p>	<p>① 모듈별로 곱셈 공식을 하나씩 전개하면서 교과서에 나온 곱셈 공식을 유도해 본다.</p> <p>(1) $(a+b)^2$, $(a-b)^2$ (2) $(a+b)(a-b)$ (3) $(x+a)(x+b)$ (4) $(ax+b)(cx+d)$ (5) $(a+b+c)^2$ (6) $(a+b)^3$ (7) $(a-b)^3$ (8) $(a+b)(a^2-ab+b^2)$ (9) $(a-b)(a^2+ab+b^2)$</p> <p>② 모듈별로 2명씩 팀을 이뤄 다른 모듈과 오목 게임을 한다. ③ 전체 모듈 중에서 오목 게임에서 승리한 팀이 가장 많은 모듈이 최종 승자가 된다.</p>  <p style="text-align: center;">△ 오목 게임 진행 상황</p>
<p>유의점</p>	<p>• 오목 게임판에 있는 다항식은 팀원 중 1명이 곱셈 공식을 이용하여 전개하고, 나머지 3명은 전개 과정이 맞는지 확인한다.</p>

활동지 2 다항식의 곱셈으로 오목 게임하기

활동 유형	모둠 활동	소요 시간	25분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	다항식의 곱셈 공식을 이용하여 식을 전개한다.			이름	

오목 게임판

$(x+y-1)^2$	$(a+b)^2$	$(x+a)(x+b)$	$(a+b)(a^2-ab+b^2)$	$(a-b)^3$
$(x-2)(x+3)$	$(a-b)(a^2+ab+b^2)$	$(x-2y-1)^2$	$(ax+b)(cx+d)$	$(a+b)^2$
$(x-2y+1)^2$	$(a+b+c)^2$	$(2a-b)(4a^2+2ab+b^2)$	$(a+b-1)^2$	$(a+2b+3c)^2$
$(a+3b)^3$	$(x+2y-z)^2$	$(2a+b)^3$	$(2x+1)(3x+2)$	$(a+b)(a^2-ab+b^2)$
$(x^2+x-2)^2$	$(a+2b)(a^2-4ab+4b^2)$	$(\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}y)^3$	$(a+b)^3$	$(x+1)(x^2-x-1)$
$(x-2y)^2$	$(2a-3b)^3$	$(2x+1)(x-5)$	$(3a-b)^3$	$(2x+1)(4x^2+2x+1)$
$(x+2)(x^2-2x+4)$	$(x+\frac{1}{2})(x-\frac{1}{4})$	$(3a+b)(9a^2-3ab+b^2)$	$(2a+b)(2a-b)$	$(x+y-z)^2$
$(x+1)(x^2-x-1)$	$(x+1)(x-1)$	$(a-3b)^3$	$(a+b)(a^2-ab+b^2)$	$(2x+5)(2x-5)$

활동 3 다항식의 나눗셈 문제 시장

<p>효과</p>	<p>모둠별로 학생들 스스로 문제를 만들고 확인하는 과정을 통해 자기 주도 능력을 기르고 다항식의 나눗셈에 대해 흥미를 가질 수 있는 시간을 갖는다.</p>
<p>준비물</p>	<p>문제 카드(모둠별로 다른 색의 색지), 가위, 펜</p>
<p>수업 활동</p>	<ol style="list-style-type: none"> ① 모둠별로 1인당 문제 카드 4장을 나누어준다. (4인 모둠 - 16장) ② 모둠별로 서로 다른 색지를 나누어주고 다항식의 나눗셈에 대한 문제를 작성하도록 한다. ③ 모둠별 상4, 중8, 하4 문제를 만든 후 답지까지 만들어 모둠별로 문제와 답을 확인한다. ④ 문제 카드 작성이 끝나면 문제 카드를 모듬에 펼쳐두고 1명만 자리에 남는다. ⑤ 나머지 3명의 학생은 돌아다니면서 다른 모듬의 문제를 풀고 맞으면 카드를 획득하게 된다. ⑥ 남아 있는 학생 1명은 문제를 푼 학생의 답이 맞는지 틀렸다면 그 이유는 무엇인지 확인한다. ⑦ 일정한 시간이 지나면 남아 있는 학생을 바꾸어주면서 모든 학생이 돌아다니며 다른 모듬의 문제를 풀 수 있도록 한다. <div style="text-align: center;">  <p>△ 색지에 문제 작성하기</p>  <p>△ 문제 풀이 확인하기</p> </div>
<p>유의점</p>	<p>• 학생들 스스로 문제를 만들어 해결할 수 있도록 유도한다.</p>

활동 평가지

_____학년 _____반 _____번 이름 _____

① 내용 정리하기

- 오늘 배운 내용
- 가장 중요한 것
- 예를 들면

② 자기 평가하기

평가항목	평가내용	평가		
		상	중	하
내용 이해도	다항식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있는가?			
	다항식의 곱셈을 할 수 있는가?			
	다항식의 나눗셈을 할 수 있는가?			
활동 참여도	모둠 활동에 적극적으로 참여하여 친구들과 소통하며 학습 내용을 함께 정리하고 협력하여 문제를 해결하였는가?			

③ 모둠 평가하기

모둠원 이름	좋았던 점	바라는 점

평가 기준 및 유의점

| 평가항목 |

활동	평가항목	모둠				
		1	2	3	4	5
1	동류항의 의미를 이해하고 다항식의 덧셈과 뺄셈을 계산할 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
2	곱셈 공식을 이용하여 다항식의 곱셈을 계산할 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
3	다항식의 나눗셈에서 몫과 나머지를 구하고 나눗셈 관련 문제를 만들 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				

| 평가 진행시 유의점 |

- 활동 중에 모둠원들이 모두 참여하여 각자의 역할을 잘하고 있는지 확인한다.
- 수업 직후에 서로 자신의 역할에 충실했는지 상호평가하는 시간을 갖는다.

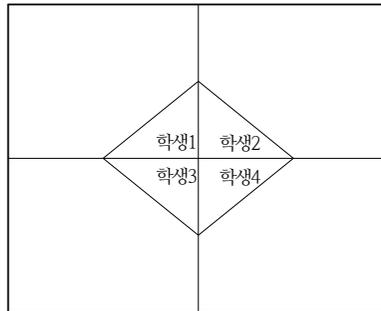
| 학교 생활기록부 기재 예시 |

수준	세부능력 및 특기사항
상	다항식의 사칙연산을 할 수 있고 그 과정을 능숙하게 설명할 수 있다.
중	다항식의 사칙연산을 할 수 있다.
하	간단한 다항식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있고, 단항식과 다항식의 곱셈과 나눗셈을 할 수 있다.

활동 단원 종합 문제 풀고 정답지 만들기

- ① 교과서 페이지와 문제 번호가 적혀 있는 포스트잇을 칠판에 무작위로 붙여 둔다.
- ② 모둠별로 포스트잇을 뽑는다.
- ③ 선택한 문제를 모둠원이 함께 해결하고 각자 정답지를 작성한다.
 - 모둠별 풀이 노트에 각자 풀이 방법을 서술형 답안지처럼 자세히 쓴다.
 - 풀이 노트를 서로 맞바꾸어 풀이 과정과 답을 확인해 본다.
 - 가장 적절하다고 생각되는 답안지를 보완하여 모둠 정답지를 작성한다.
- ④ 선생님의 확인 도장을 받는다.
- ⑤ 완성된 정답지를 교실 벽면에 붙인다.

수업 활동



△ 모둠별 풀이 노트

단원 종합문제 정답지 만들기 (서술형 쓰기)	우리 모둠이 뽑은 문제는 교과서 P. _____, 문제 _____
단원명 : _____	
□ 교과서 문제를 쓰고 정답지를 만드시오.	

△ 모둠별 정답지 (게시용)

유의점

- 단원의 문제 수가 많은 경우 문제를 선별한 후 활동을 하도록 한다.
- 정답지를 작성할 때는 한 명에게 집중되지 않도록 문제를 먼저 해결하고 그 해결을 바탕으로 각자 풀이 과정을 자세히 써본 후 이를 모아 가장 적절한 하나의 정답지를 작성하도록 유도한다.

02

I-2. 나머지정리와 인수분해

항등식과 나머지정리

- 학습 목표**
- 항등식의 성질을 이해한다.
 - 나머지정리의 뜻을 이해하고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

거꾸로 수업 과정 안내

수업 준비

- ▶ **학습 목표 제시** 이번 단원의 학습 목표를 제시하며, 전후 관련 학습 내용과 연관짓는다.
- ▶ **디딤영상 내용 점검** 디딤영상의 주요 내용을 환기시키며 거꾸로 수업을 준비한다.

수업의 개요

수업 의도

학생들이 여러 가지 흥미 있는 활동을 통해 방정식, 함수를 포함한 모든 단원에서 이용되는 항등식과 나머지정리에 관한 개념을 이해하고 문제를 해결할 수 있게 한다.

활동 1 보석맵으로 항등식 이해하기

보석맵을 작성해 봄으로써 항등식의 성질을 이해하고, 미정계수를 정하는 방법을 익힌다.

활동 2 나머지정리와 인수정리 - 카드뱃기 게임

빠르고 반복적인 연습을 할 수 있는 카드뱃기 게임을 통해 나머지정리와 인수정리, 조립제법을 익힌다.

수업 정리

- ▶ **학습 확인** 이번 단원에서 배운 내용을 키워드 중심으로 언급하며 정리한다.
- ▶ **개별, 모둠별 활동지 제출** 개별, 모둠별 활동지 및 결과물에 대한 피드백을 한다.

디딤영상 주요 내용

① 항등식

- (1) 등식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 x 에 대한 항등식이면 $a = b = c = 0$ 이다.
- (2) 등식 $ax^2 + bx + c = a'x^2 + b'x + c'$ 이 x 에 대한 항등식이면 $a = a', b = b', c = c'$ 이다.

② 나머지정리

- (1) 나머지정리: 다항식 $f(x)$ 를 일차식 $x - \alpha$ 로 나누었을 때의 나머지를 R 라 하면 $R = f(\alpha)$ 이다.
- (2) 인수정리: 다항식 $f(x)$ 가 일차식 $x - \alpha$ 로 나누어떨어지면 $f(\alpha) = 0$ 이다.
- (3) 조립제법: 다항식을 일차식으로 나눌 때, 계수만을 사용하여 몫과 나머지를 구하는 방법

활동 1 보석맵으로 항등식 이해하기

<p>효과</p>	<p>모둠별로 항등식과 관련된 보석맵을 작성해 봄으로써 항등식의 성질을 종합적으로 정리할 수 있다.</p>
<p>준비물</p>	<p>활동지, A3 용지(모듬별 1장), 가위, 4색 펜</p>
<p>수업 활동</p>	<ol style="list-style-type: none"> ① 개인별로 활동지를 한 장씩 갖는다. ② 활동지 문제를 모듬끼리 토의하여 해결한 후, 문제 중 등식을 하나씩 골라 보석맵의 가장 안쪽에 적는다. ③ 보석맵을 90° 돌려서 양변의 동류항의 계수를 비교하여 계수를 정한다.(계수비교법) ④ 90° 돌려서 문자에 적당한 수를 대입하여 계수를 정한다.(수치대입법) ⑤ 90° 돌려서 ③, ④의 답이 같은지 확인하고, 새로운 항등식을 만들어 적는다. ⑥ 90° 돌려서 항등식이 맞는지 확인한 후, 자신의 문제 부분을 나누어 갖는다. ⑦ '나의 평가' 내용을 채워 보고 서로 활동 사항을 공유한다. ⑧ 모듬별로 보석맵을 작성한 후, 교사의 확인을 거쳐 확인 도장을 받는다. <p style="text-align: center;">〈보석맵 예시〉</p>
<p>유의점</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 보석맵 활동 전에 활동지 문제를 모듬끼리 협의하여 해결할 수 있도록 안내한다. • 보석맵 활동에서 각자의 역할에 충실할 수 있도록 하고, 모듬에서 어려움을 겪는 친구가 있다면 함께 보석맵을 완성할 수 있도록 독려한다.

활동지 1 보석맵으로 항등식 이해하기

활동 유형	모둠 활동	소요 시간	25분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	항등식의 성질을 이해한다.			이름	

1 다음 물음에 답해 보자.

(1) $(x-2)(x+3)$ 을 전개해 보자. x^2+x-6

(2) $(x-2)(x+3) = x^2 + ax + b$ 일 때, a, b 의 값을 구하고 그 방법을 설명해 보자. $a=1, b=-6$

2 등식 $2x^2 + x - 3 = ax(x-1) + b(x+1)(x-1) + c(x+1)$ 이 x 에 대한 항등식이 되도록 다음 두 가지 방법을 이용하여 상수 a, b, c 의 값을 정해 보자. $a=-1, b=3, c=0$

[방법 1] $x=0, x=-1, x=1$ 을 대입해 보자.

[방법 2] 우변을 전개하여 양변의 계수를 비교해 보자.

3 2의 [방법 1], [방법 2] 중 계산하기 쉬운 것을 고르고, 그 이유를 말해 보자.

4 다음을 각각 x 에 대한 등식으로 나타내고, 그 등식이 항등식인 이유를 말해 보자.

(1) 연속하는 세 자연수 중 가운데 수의 제곱에서 1을 뺀 값은 양 끝의 두 수의 곱과 같다. $x^2-1=(x-1)(x+1)$

(2) 연속하는 세 자연수 중 가장 큰 수의 제곱에서 가장 작은 수의 제곱을 뺀 값은 가운데 수의 4배와 같다.

$$(x+1)^2 - (x-1)^2 = 4x$$

5 다음 등식이 x 에 대한 항등식이 되도록 a, b, c 의 값을 정해 보자.

(1) $x^2 + 3x - 5 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$ $a=1, b=5, c=-1$

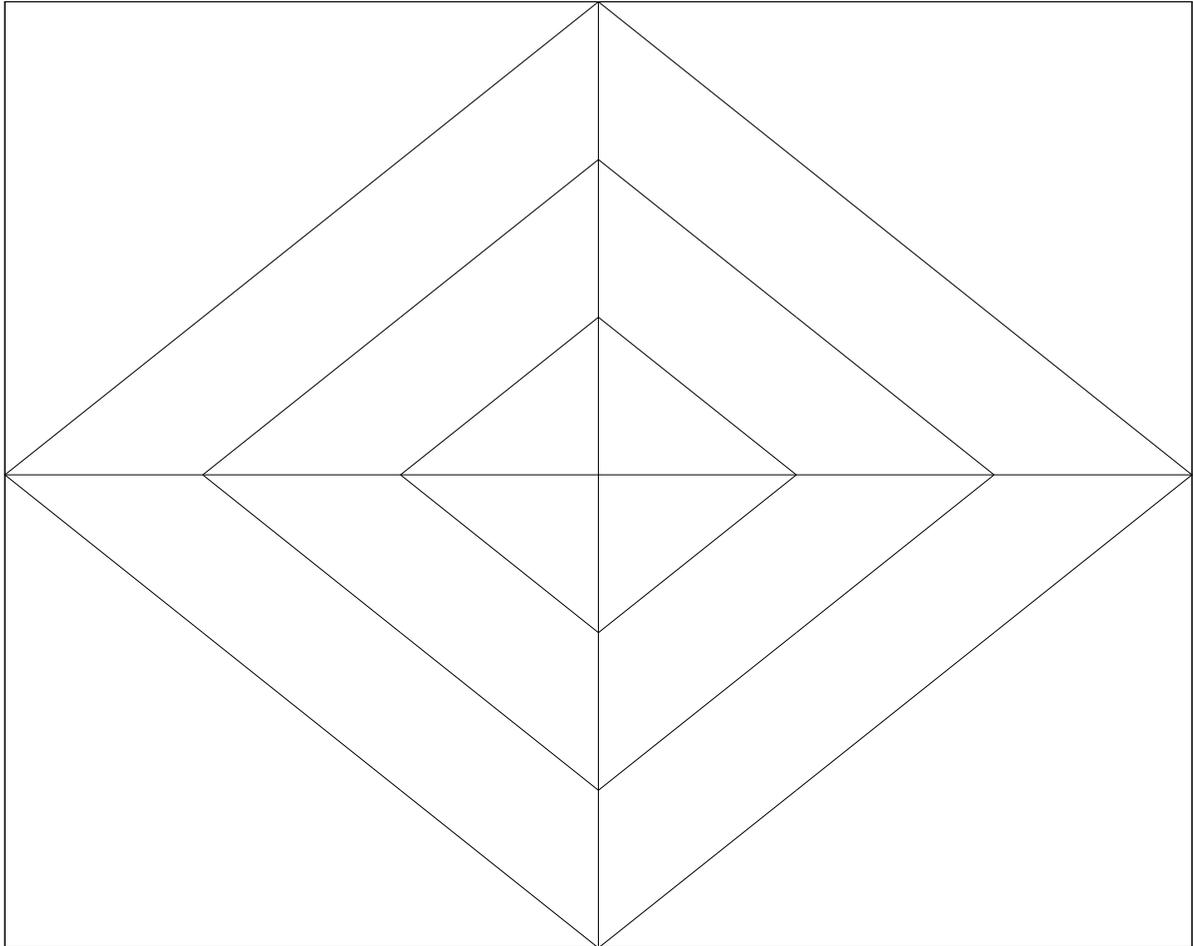
(2) $(2a-b)x^2 + (a+3)x + (c-1) = 0$ $a=-3, b=-6, c=1$

(3) $2x^2 - 3x + 4 = ax(x+1) + bx(x-1) + c(x-1)(x+1)$ $a=\frac{3}{2}, b=\frac{9}{2}, c=-4$

(4) $2x^2 + ax + c = (bx+1)(x+3)$ $a=5, b=2, c=3$

6 5에서 구한 등식을 하나씩 골라 모둠별 보석맵 활동지를 작성해 보자.

(단, 모둠원 모두 다른 문제를 골라야 한다.)



나의 평가	설명 가능	완벽 이해	약간 이해	모름
궁금한 내용 학습한 내용				
수학일기				

활동 2 나머지정리와 인수정리 - 카드뺺기 게임

<p>효과</p>	<p>카드뺺기 게임을 통해 나머지정리와 인수정리에 관한 문제를 해결해 봄으로써 수학에 대한 흥미를 가질 수 있다.</p>											
<p>준비물</p>	<p>활동지, 문제 카드 50장(앞면은 문제, 뒷면은 답), 4색 펜</p>											
<p>수업 활동</p>	<p>① 교과서 문제를 모둠별로 토의하여 해결한 후, 개인별로 활동지를 한 장씩 갖는다. ② 활동지 문제를 풀고 모둠별로 두 명씩 팀을 이뤄 다른 모둠과 게임을 진행한다. ③ 책상 위에 4장씩 문제 카드를 골라 앞면이 보이도록 놓는다. ④ 팀별로 빠르게 문제를 해결하여 뒷면의 답과 비교한 후 답이 맞으면 카드를 획득한다. ⑤ 답이 틀리면 문제 카드를 다시 내려 놓는다. ⑥ 일정 시간이 지난 후 획득한 문제 카드의 장수를 점수로 환산한다.(카드 1장당 1점) ⑦ 모듬원의 점수를 합산하여 가장 많은 점수를 획득한 모듬이 승리한다.</p> <p style="text-align: center;">〈문제 카드 예시〉</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 33%; padding: 5px;"> $f(x) = 3x^3 + 2x - 1$을 $x - 2$로 나누었을 때의 나머지 </td> <td style="width: 33%; padding: 5px;"> $f(x) = 3x^3 + 6x - 2$를 $3x - 1$로 나누었을 때의 나머지 </td> <td style="width: 33%; padding: 5px;"> 다항식 $2x^3 + 3x^2 + x - 2$를 $x - 1$로 나누었을 때의 몫과 나머지 </td> </tr> <tr> <td style="width: 33%; padding: 5px;"> $f(x) = x^3 - ax^2 + 2x - 10$이 $x + 1$로 나누어떨어질 때의 상수 a의 값 </td> <td style="width: 33%; padding: 5px;"> $f(x) = x^3 - 3x^2 + ax - 2$가 $x - 2$로 나누어떨어질 때의 상수 a의 값 </td> <td style="width: 33%; padding: 5px;"> 다항식 $6x^3 - x^2 - 5x + 3$을 $3x - 2$로 나누었을 때의 몫과 나머지 </td> </tr> <tr> <td style="width: 33%; padding: 5px;"> 다항식 $f(x)$를 $x - 1$로 나누었을 때의 나머지는 3이고 $x + 3$으로 나누었을 때의 나머지는 -5일 때, $f(x)$를 $(x - 1)(x + 3)$으로 나누었을 때의 나머지 </td> <td style="width: 33%; padding: 5px;"> 다항식 $f(x)$를 $x - 2$로 나누었을 때의 나머지는 7이고 $x + 1$로 나누었을 때의 나머지는 2일 때, $f(x)$를 $x^2 - x - 2$로 나누었을 때의 나머지 </td> <td style="width: 33%; padding: 5px;"> $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$을 $x + 1$로 나누었을 때의 나머지는 3이고 $x - 2$로 나누어떨어진다고 할 때, 상수 a, b의 값 </td> </tr> </table>			$f(x) = 3x^3 + 2x - 1$ 을 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지	$f(x) = 3x^3 + 6x - 2$ 를 $3x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지	다항식 $2x^3 + 3x^2 + x - 2$ 를 $x - 1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지	$f(x) = x^3 - ax^2 + 2x - 10$ 이 $x + 1$ 로 나누어떨어질 때의 상수 a 의 값	$f(x) = x^3 - 3x^2 + ax - 2$ 가 $x - 2$ 로 나누어떨어질 때의 상수 a 의 값	다항식 $6x^3 - x^2 - 5x + 3$ 을 $3x - 2$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지	다항식 $f(x)$ 를 $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지는 3이고 $x + 3$ 으로 나누었을 때의 나머지는 -5일 때, $f(x)$ 를 $(x - 1)(x + 3)$ 으로 나누었을 때의 나머지	다항식 $f(x)$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지는 7이고 $x + 1$ 로 나누었을 때의 나머지는 2일 때, $f(x)$ 를 $x^2 - x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지	$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ 을 $x + 1$ 로 나누었을 때의 나머지는 3이고 $x - 2$ 로 나누어떨어진다고 할 때, 상수 a, b 의 값
$f(x) = 3x^3 + 2x - 1$ 을 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지	$f(x) = 3x^3 + 6x - 2$ 를 $3x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지	다항식 $2x^3 + 3x^2 + x - 2$ 를 $x - 1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지										
$f(x) = x^3 - ax^2 + 2x - 10$ 이 $x + 1$ 로 나누어떨어질 때의 상수 a 의 값	$f(x) = x^3 - 3x^2 + ax - 2$ 가 $x - 2$ 로 나누어떨어질 때의 상수 a 의 값	다항식 $6x^3 - x^2 - 5x + 3$ 을 $3x - 2$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지										
다항식 $f(x)$ 를 $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지는 3이고 $x + 3$ 으로 나누었을 때의 나머지는 -5일 때, $f(x)$ 를 $(x - 1)(x + 3)$ 으로 나누었을 때의 나머지	다항식 $f(x)$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지는 7이고 $x + 1$ 로 나누었을 때의 나머지는 2일 때, $f(x)$ 를 $x^2 - x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지	$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ 을 $x + 1$ 로 나누었을 때의 나머지는 3이고 $x - 2$ 로 나누어떨어진다고 할 때, 상수 a, b 의 값										
<p>유의점</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 게임을 하기 전에 반드시 활동지를 작성하고 확인 도장을 받도록 한다. • 모듬별 2명씩 팀으로 나누어 다른 모듬과의 대결 구도로 진행한다. 											

활동지 2 나머지정리와 인수정리 - 카드뱃기 게임

활동 유형	모둠 활동	소요 시간	25분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	나머지정리와 인수정리, 조립제법을 이용하여 문제를 해결할 수 있다.			이름	

1 다음 표를 채워 보자.

문제	나눗셈으로 계산	조립제법으로 계산	나머지정리를 이용하여 나머지 구하기
예 $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - x + 1$ 을 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지	$\begin{array}{r} 2x^2 + \\ x+1 \overline{) 2x^3 + 3x^2 - x + 1} \\ \underline{2x^3 + 2x^2} \\ 2x^3 + 2x^2 \\ \hline - x + 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} -1 \mid 2 \quad 3 \quad -1 \quad 1 \\ \underline{-2 \quad -1 \quad 2} \\ 2 \quad 1 \quad -2 \quad \underline{3} \end{array}$	$f(-1) = 3$

2 나머지정리나 조립제법을 이용하는 이유는 무엇일까? 1과 관련하여 모둠별로 생각해 보자.

이름	이유
모둠원 1	
모둠원 2	
모둠원 3	
모둠원 4	
모듬의 결론	

활동 평가지

_____학년 _____반 _____번 이름 _____

① 내용 정리하기

- 오늘 배운 내용
- 가장 중요한 것
- 예를 들면

② 자기 평가하기

평가항목	평가내용	평가		
		상	중	하
내용 이해도	항등식의 성질을 이해하고, 이를 활용하여 미정계수를 정할 수 있는가?			
	나머지정리와 인수정리, 조립제법을 이용하여 문제를 해결할 수 있는가?			
활동 참여도	모둠 활동에 적극적으로 참여하고 친구들과 소통하며 문제를 해결하였는가?			

③ 모둠 평가하기

모둠원 이름	좋았던 점	바라는 점

평가 기준 및 유의점

| 평가항목 |

활동	평가항목	모둠				
		1	2	3	4	5
1	항등식의 성질을 이용하여 미정계수를 정할 수 있으며 모둠별 협업 활동이 잘 이루어지고 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
2	나머지정리와 인수정리, 조립제법을 이용하여 문제를 해결할 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				

| 평가 진행시 유의점 |

- 모둠원들이 모두 참여하여 각자의 역할을 하고 있는지 확인한다.
- 수업 직후에 서로 자신의 역할에 충실했는지 상호평가하는 시간을 갖는다.

| 학교 생활기록부 기재 예시 |

수준	세부능력 및 특기사항
상	항등식의 성질을 이용하여 미정계수를 정할 수 있으며, 나머지정리와 인수정리를 이용하여 다양한 문제를 해결할 수 있다.
중	항등식의 뜻을 알고 적당한 수를 대입하여 미정계수를 정할 수 있으며, 나머지정리를 이용하여 다항식을 일차식으로 나누었을 때의 나머지를 구할 수 있다.
하	주어진 등식이 항등식인지 판별할 수 있고, 나머지정리를 이용하여 다항식을 일차식으로 나누었을 때의 나머지를 구할 수 있다.

03

I-2. 나머지정리와 인수분해

인수분해

학습 목표 · 다항식의 인수분해를 할 수 있다.

거꾸로 수업 과정 안내

수업 준비

- ▶ **학습 목표 제시** 이번 단원의 학습 목표를 제시하며, 전후 관련 학습 내용과 연관짓는다.
- ▶ **디딤영상 내용 점검** 디딤영상의 주요 내용을 환기시키며 거꾸로 수업을 준비한다.

수업의 개요

수업 의도

학생들이 익히 알고 있는 테트리스 게임을 변형한 활동과 문제풀이 영상을 직접 찍어 올리고 댓글을 달아 보는 활동을 통해 수학에 대한 흥미와 의사소통 능력, 비판적 사고력을 기를 수 있게 한다.

활동 1 길 건너 테트리스

인수분해에 관한 문제를 풀고 테트리스 블록을 맞추는 활동을 통해 다항식을 인수분해하는 방법을 익힌다.

활동 2 나도 선생님 - 문제풀이 영상 올리기

학생들이 직접 문제풀이 영상을 찍어 올리고 친구들의 영상에 댓글을 달아 봄으로써 인수분해에 관한 문제풀이 방법을 익힌다.

수업 정리

- ▶ **학습 확인** 이번 단원에서 배운 내용을 키워드 중심으로 언급하며 정리한다.
- ▶ **개별, 모둠별 활동지 제출** 개별, 모둠별 활동지 및 결과물에 대한 피드백을 한다.

디딤영상 주요 내용

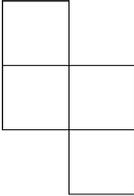
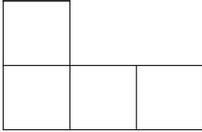
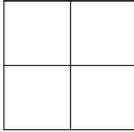
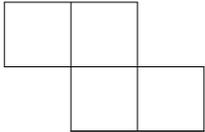
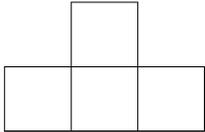
① 인수분해 공식

- (1) $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca = (a + b + c)^2$
- (2) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3$, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a - b)^3$
- (3) $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$, $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

② 복잡한 식의 인수분해

- ① 두 개 이상의 문자를 포함하는 식은 한 문자에 대하여 내림차순으로 정리한 다음 인수분해한다.
- ② 삼차 이상의 다항식은 인수정리를 이용하여 인수분해한다.

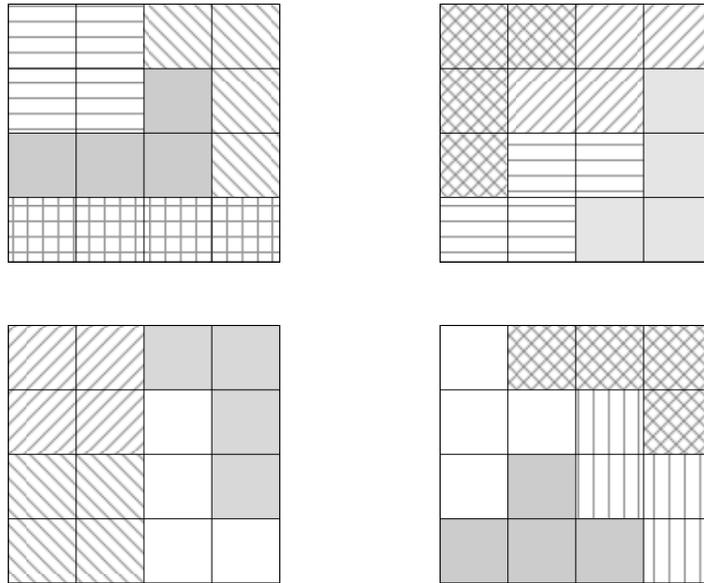
활동 1 길 건너 테트리스

<p>효과</p>	<p>테트리스 게임을 통해 인수분해를 해 봄으로써 수학에 대한 흥미를 가질 수 있다.</p>																																					
<p>준비물</p>	<p>길 건너 테트리스 판(모둠별 1개), 개인별 맞춤판(반 인원수만큼), 테트리스 모형(모둠별 모형별 6개씩), 문제 활동지(36문제), 주사위</p>																																					
<p>수업 활동</p>	<p>① 길 건너 테트리스 판을 하나씩 갖고 아래와 같이 설치한다. <길 건너 테트리스 판> - 사다리 아래에 테트리스 블록을 둔다.</p> <table border="1" data-bbox="440 629 1398 1010"> <thead> <tr> <th>주사위 눈의 수</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>사다리 (자유롭게 그리기)</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>테트리스 블록</td> <td colspan="6" style="text-align: center;">(각각의 테트리스 블록 6개 올려 두기)</td> </tr> </tbody> </table> <p><테트리스 블록> - 블록에 자유롭게 문제 번호를 붙인다.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;">  </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;">  </div> </div> <p><개인별 맞춤판> - 개인당 1개씩 갖는다.</p> <table border="1" data-bbox="440 1527 712 1787" style="width: 100px; height: 100px; text-align: center;"> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> </table>	주사위 눈의 수	1	2	3	4	5	6	사다리 (자유롭게 그리기)							테트리스 블록	(각각의 테트리스 블록 6개 올려 두기)																					
주사위 눈의 수	1	2	3	4	5	6																																
사다리 (자유롭게 그리기)																																						
테트리스 블록	(각각의 테트리스 블록 6개 올려 두기)																																					

- ② 주사위를 던져 나온 눈의 수부터 사다리를 따라 이동을 한다.
- ③ 사다리 끝에 올려 둔 블록의 번호에 해당하는 문제를 푼다.
- ④ 문제를 푼 경우 테트리스 블록을 획득하여 자신의 맞춤판에 가져오고, 남은 블록 중 하나를 골라 다시 사다리 끝에 올려 둔다.
문제를 풀지 못한 경우 테트리스 블록을 가져올 수 없다.
- ⑤ 한 명씩 돌아가면서 문제를 해결하고 블록을 획득하여 가장 빠르게 개인별 맞춤판을 모두 채운 사람이 승리한다.
- ⑥ 테트리스 모형을 다 가져 간 경우 모둠에서 상의하여 문제 풀고 블록 바꾸기, 다른 사람 블록 빼앗기 등으로 규칙을 자유롭게 바꾸도록 한다.

〈테트리스 블록을 획득하여 개인별 맞춤판을 채운 경우의 예〉

수업 활동



유의점

- 모둠원이 많아 게임 진행이 되지 않는 경우에는 2명씩 팀으로 묶어 다른 모둠과 대결하는 것이 좋다.
- 테트리스 블록이 36개이므로 활동지의 문제는 36번까지 만든다.



- 문제를 미리 풀어 놓으면 게임을 빠르게 진행할 수 있다.
- 모둠별로 자유롭게 규칙을 만들어도 된다.

활동지 1 길 건너 테트리스

활동 유형	모둠 활동	소요 시간	25분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	다항식의 인수분해를 할 수 있다.			이름	

〈게임 방법〉

- ① 1부터 36번까지의 수가 적힌 테트리스 블록을 길 건너 테트리스 판 아래에 놓는다.
- ② 주사위를 던져 나온 눈의 수부터 길 건너 테트리스 판의 사다리를 따라 이동한다.
- ③ 사다리 끝에 올려 둔 블록의 번호에 해당하는 문제를 푼다.
- ④ 한 명씩 돌아가면서 문제를 해결하고 블록을 획득하여 가장 빠르게 개인별 맞춤판을 모두 채운 사람이 승리한다.

〈개인별 맞춤판〉

활동 2 나도 선생님 - 문제풀이 영상 올리기

<p>효과</p>	<p>문제풀이 영상을 직접 촬영하고 SNS에 올림으로써 수학에 대한 흥미를 높이고, 친구들의 풀이 영상에 댓글을 달며 비판적 사고력을 기를 수 있다.</p>
<p>준비물</p>	<p>보드, 네임펜, 스마트폰(동영상 촬영용)</p>
<p>수업 활동</p>	<ol style="list-style-type: none"> ① 인수분해에 관한 교과서 문제를 모둠원 수만큼 제비뽑기로 뽑고, 1문제당 1명씩 설명을 한다. ② 각 모듬은 뽑은 문제의 풀이를 작성한다. ③ 모듬별로 SNS에 문제와 문제풀이 영상을 올린다. ④ 다른 모듬의 영상을 확인하고 댓글을 단다.(개인별 3개 이상) ⑤ 서로 활동에 대해 느낀 점을 공유한다. <div style="text-align: center;">  <p>△ 문제풀이 영상 촬영</p> </div>
<p>유의점</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 모듬별로 한꺼번에 동영상을 올릴 수 있도록 한다. • 문제풀이를 설명하는 데 어려움을 겪는 친구는 서로 도와주며 개인별로 문제풀이 영상을 1개씩 촬영하도록 안내한다.

활동 평가지

_____학년 _____반 _____번 이름 _____

① 내용 정리하기

- 오늘 배운 내용
- 가장 중요한 것
- 예를 들면

② 자기 평가하기

평가항목	평가내용	평가		
		상	중	하
내용 이해도	다항식의 인수분해를 할 수 있는가?			
활동 참여도	모둠 활동에 적극적으로 참여하고 친구들과 소통하며 학습 내용을 함께 정리하였는가?			

③ 모둠 평가하기

모둠원 이름	좋았던 점	바라는 점

평가 기준 및 유의점

| 평가항목 |

활동	평가항목	모둠				
		1	2	3	4	5
1	인수분해를 이해하고, 다항식의 인수분해를 할 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
2	모둠별로 협업하여 문제풀이 영상을 올리고 댓글을 충실히 달았는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				

| 평가 진행시 유의점 |

- 모둠원들이 모두 참여하여 각자의 역할을 하고 있는지 확인한다.
- 수업 직후에 서로 자신의 역할에 충실했는지 상호평가하는 시간을 갖는다.

| 학교 생활기록부 기재 예시 |

수준	세부능력 및 특기사항
상	여러 가지 다항식을 인수분해 공식, 치환, 인수정리 등을 이용하여 능숙하게 인수분해할 수 있으며, 인수분해하는 방법을 설명할 수 있다.
중	여러 가지 다항식을 인수분해 공식, 치환, 인수정리 등을 이용하여 능숙하게 인수분해할 수 있다.
하	간단한 다항식을 인수분해할 수 있다.

활동 Math in the book – 수학 동화책 만들기

- ① 모둠별로 수학 동화책의 소재를 선정한다.
- ② 동화책의 전체적인 이야기를 간략하게 작성한다.
- ③ 모둠별로 역할 분담을 한다.
- ④ 한 페이지에 하나씩 수학에 관련된 내용이 들어가도록 서로 협업하여 동화책을 만든다.
- ⑤ 활동에 대해 서로 느낀 점을 공유한다.



◁ 동화책에 내용을 적고 있는 모습

수업 활동

유의점

- 교사는 역할을 분담할 수 있도록 방향만 제시하고 학생들이 스스로 활동할 수 있게 한다.
- 시간이 부족한 경우 다른 교과와 융합하여 진행하거나 두 모둠씩 묶어서 진행하는 것도 좋다.

II

방정식과 부등식

학습 목표

- 복소수의 뜻과 성질을 이해한다.
- 이차방정식과 이차함수, 이차부등식과 이차함수의 관계를 알아본다.
- 여러 가지 방정식과 부등식을 풀어 본다.

주제	활동	집필자
04 복소수와 그 연산	활동 1 복소수의 탄생	권선구 (미래교실네트워크)
	활동 2 복소수 내용 정리하기	
	활동 3 복소수 커플 연산 게임	
05 이차방정식	활동 1 방정식 다시 보기 - 마인드맵 & 질문 게임	
	활동 2 이차방정식 내용 정리 - 직소 활동	
	활동 3 이차방정식 넌 누구냐? - 진진가 게임	
	활동 4 문제풀이 영상 올리기 & 아이템 모으기	
	마무리 활동 질문 놀이	
06 이차방정식과 이차함수	활동 1 너와 나의 연결고리 - 트리플 버블맵	
	활동 2 이차함수의 그래프로 그리는 나의 표정 & 암호를 해독하라	
	활동 3 세상 속 이차방정식과 이차함수를 찾아라 & 지식시장	
	마무리 활동 능력자 릴레이 게임	
07 여러 가지 방정식과 부등식	활동 1 방정식과 부등식 정복하기 - 입학사정관 활동	
	활동 2 Tarsia puzzle 맞추기	
	마무리 활동 진짜 세상에서 방정식, 부등식으로 살아남기 - 수학의 달인	

04

II-1. 복소수와 이차방정식

복소수와 그 연산

학습 목표 · 복소수의 뜻과 성질을 이해하고, 사칙연산을 할 수 있다.

거꾸로 수업 과정 안내

수업 준비

- ▶ **학습 목표 제시** 이번 단원의 학습 목표를 제시하며, 전후 관련 학습 내용과 연관짓는다.
- ▶ **디딤영상 내용 점검** 디딤영상의 주요 내용을 환기시키며 거꾸로 수업을 준비한다.

수업의 개요

수업 의도

방정식의 해를 실수의 범위에서 구할 수 없는 경우에는 수의 확장을 통해 해를 구할 수 있음을 이해하고, 허수와 복소수의 필요성을 이해하도록 한다. 복소수의 성질과 복소수의 사칙연산을 이해하여 정리하고, 게임을 통해 재미있게 익히도록 한다.

활동 1 복소수의 탄생

방정식의 해를 구하는 과정에서 정수, 유리수, 무리수로 확장되는 것과 같은 방법으로 허수의 필요성을 인식하고 수의 개념을 확장시켜 본다.

활동 2 복소수 내용 정리하기

복소수, 켈레복소수, 복소수의 사칙연산에 관한 내용을 디딤영상과 교과서를 참고하여 친구들과 함께 정리한다.

활동 3 복소수 커플 연산 게임

게임을 통해 켈레복소수와 복소수의 사칙연산을 재미있게 익힌다.

수업 정리

- ▶ **학습 확인** 이번 단원에서 배운 내용을 키워드 중심으로 언급하며 정리한다.
- ▶ **개별, 모둠별 활동지 제출** 개별, 모둠별 활동지 및 결과물에 대한 피드백을 한다.

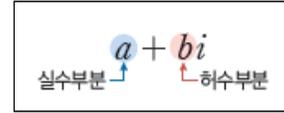
① 복소수

(1) 실수 a, b 에 대하여

$$a + bi$$

꼴의 수를 복소수라 한다.

이때 a 를 $a + bi$ 의 실수부분, b 를 $a + bi$ 의 허수부분이라 한다.



(2) 실수 a 는

$$a = a + 0 = a + 0i$$

로 나타낼 수 있으므로 실수도 복소수이다.

이때 실수가 아닌 복소수 $a + bi (b \neq 0)$ 를 허수라 한다.

② 복소수가 서로 같을 조건

두 복소수 $a + bi, c + di$ (a, b, c, d 는 실수)에 대하여

$$a = c, b = d \text{ 일 때, } a + bi = c + di$$

③ 켈레복소수: 복소수 $a + bi$ (a, b 는 실수)에 대하여 허수부분의 부호를 바꾼 복소수 $a - bi$

$$\rightarrow \overline{a + bi} = a - bi$$

④ 복소수의 덧셈, 뺄셈: 허수단위 i 를 문자처럼 생각하여 실수 부분은 실수부분끼리, 허수부분은 허수부분끼리 모아서 계산한다.

→ a, b, c, d 가 실수일 때,

$$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$$

$$(a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i$$

⑤ 복소수의 곱셈: 허수단위 i 를 문자처럼 생각하여 다항식을 전개하는 것과 같은 방법으로 분배법칙을 이용하여 전개하고, 동류항끼리 계산하여 간단히 한다.

→ a, b, c, d 가 실수일 때,

$$(a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

⑥ 복소수의 나눗셈: 분모의 켈레복소수를 분모, 분자에 곱하여 계산하고, 동류항끼리 계산하여 간단히 한다.

→ a, b, c, d 가 실수이고 $c + di \neq 0$ 일 때,

$$\frac{a + bi}{c + di} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{bc - ad}{c^2 + d^2}i \text{ (단, } c + di \neq 0)$$

활동 1 복소수의 탄생

<p>효과</p>	<p>복소수의 기호적, 시각적 표현 방법에 대해 이해할 수 있다. 다른 친구들과 함께 토의하는 과정을 통해 더 나은 결과를 찾아갈 수 있음을 경험한다.</p>
<p>준비물</p>	<p>활동지, 색 사인펜</p>
<p>수업 활동</p>	<ol style="list-style-type: none"> ① 모둠별로 토의하며 활동지를 채워나간다. ② 4명 한 모둠으로 하여 모둠에서 토의 후 <돌가고 돌남기> 활동, 즉 2명은 남고 2명은 다음 모둠으로 이동하여 새로 만난 친구들끼리 모둠에서 토의한다. ③ 5분 후에 이동했던 친구들이 그다음 모둠으로 이동하여 같은 활동을 하며, 10분이 남을 때까지 반복하고, 원래 모둠으로 돌아온다. ④ 원래 모둠에서 각 문제를 돌아가며 모둠 친구들에게 설명하고, 부족한 내용은 보충하거나 잘못된 내용은 수정한다. ⑤ <돌가고 돌남기> 활동 후에도 여전히 해결되지 않은 문제는 전체 학생들을 대상으로 함께 토의하여 해결한다. 이때 교사는 토의 진행자 역할을 하면서 가능하면 학생들이 의견을 제시하거나 설명할 수 있도록 하고, 아무도 찾을 수 없는 경우에 교사가 힌트를 주거나 설명한다. <p>※ <돌가고 돌남기> 활동</p> <p>모둠 내 2명이 다른 모둠으로 옮겨 가면서 문제를 해결하거나 설명하는 활동 방식</p> <div data-bbox="641 1106 1198 1436" data-label="Image"> </div> <p style="text-align: center;">△ 돌가고 돌남기 진행 상황</p>
<p>유의점</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 활동지는 서술형으로 충분한 이유를 들어 작성하도록 한다. • 혼자 활동지를 풀지 않고 새로운 친구들과 충분히 토의하고 서로 가르치고 배우며 작성하도록 한다. • 교사는 각 모둠의 활동을 지켜보면서 수업에 어려움을 겪는 학생들에게 개별적인 도움을 준다.

활동지 1 복소수의 탄생

활동 유형	모둠 활동	소요 시간	40분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	복소수는 어떻게 만들어졌고, 어떻게 표현할까?			이름	

1 내가 알고 있던 방법으로 해결할 수 없는 어려움에 부딪혔을 때나 기존의 방법으로 해결하는 것이 마음에 들지 않을 때 새로운 방법을 생각하여 더 나은 결과를 만들어 본 경험이 있는지 말해 보자.

2 다음 물음에 답해 보자.

(1) x 가 정수일 때, 방정식 $2x = 3$ 의 해를 구할 수 있는가? 구할 수 없다면 그 이유를 말하고, 해가 존재하기 위한 조건을 토의해 보자.

해를 구할 수 없다. 정수 x 에 2를 곱하면 2의 배수가 되므로 방정식을 만족시키는 해가 없다. x 가 유리수라고 수를 확장하면 해는 $x = \frac{3}{2}$ 이 된다.

(2) x 가 유리수일 때, 방정식 $x^2 = 3$ 은 해를 구할 수 있는가? 구할 수 없다면 그 이유를 말하고, 해가 존재하기 위한 조건을 토의해 보자.

해를 구할 수 없다. 제곱해서 3이 되는 유리수가 존재한다고 가정하면 모순이 생긴다. x 가 무리수라고 수를 확장하면 해는 $x = \sqrt{3}$ 이 된다.

(3) x 가 실수일 때, 방정식 $x^2 = -1$ 은 해를 구할 수 있는가? 구할 수 없다면 그 이유를 말하고, 해가 존재하기 위한 조건을 토의해 보자.

해를 구할 수 없다. 모든 실수는 제곱하면 0 또는 양수가 되기 때문이다. 제곱하여 -1 이 되는 새로운 수를 i 라 하면 $i^2 = -1$ 이고 해는 $x = \pm i$ 이다.

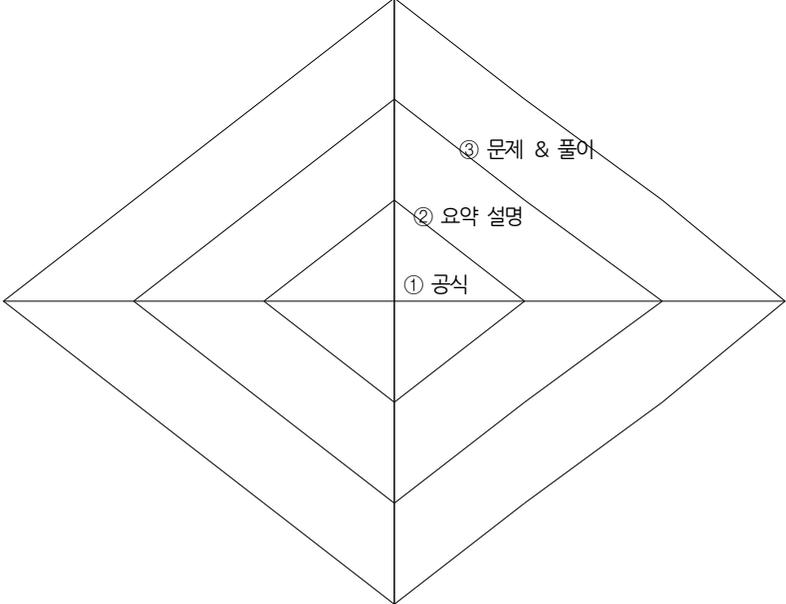
3 제곱해서 -3 이 되는 수를 i 를 이용하여 표현해 보고, 음수의 제곱근을 i 를 이용하여 표현해 보자.

(단, $i = \sqrt{-1}$)

-3 의 제곱근: $\pm\sqrt{-3} = \pm\sqrt{3}i$

-7 의 제곱근: $\pm\sqrt{-7} = \pm\sqrt{7}i$, -16 의 제곱근: $\pm\sqrt{-16} = \pm 4i$

활동 2 복소수 내용 정리하기

<p>효과</p>	<p>디딤영상과 교과서의 복소수 내용을 친구들과 함께 정리하는 활동을 통해 협력하여 학습하는 능력을 기를 수 있다.</p>
<p>준비물</p>	<p>A3 용지, 6색 네임펜 (모듬별)</p>
<p>수업 활동</p>	<p>모듬별로 보석맵으로 복소수 관련 학습 내용을 디딤영상과 교과서를 참고하여 정리한다.</p> <ol style="list-style-type: none"> ① A3 용지를 접어 보석맵을 만든다. ② 보석맵을 4개 구역으로 나누고 다음 개념명을 각각 적는다. <ul style="list-style-type: none"> - 복소수, 켈레복소수, 복소수의 덧셈과 뺄셈, 복소수의 곱셈과 나눗셈 ③ 보석맵을 3영역으로 나누고 개념별로 다음에 해당하는 내용을 각각 적는다. <ul style="list-style-type: none"> - 공식, 요약 설명, 문제 & 풀이 ④ 각자 자기 색깔의 펜 하나를 정하여 모든 단계에서 같은 색 펜을 사용한다. ⑤ 각 영역의 주제 중 하나를 맡아 ① 영역에 공식으로 표현한다. ⑥ 보석맵을 90° 돌려서 옆 친구가 쓴 주제에 이어 ② 영역에 글로 요약하여 설명한다. ⑦ 다시 90° 돌려서 옆 친구가 쓴 주제에 이어 ③ 영역에 관련 문제를 적은 후, 문제를 푼다. ⑧ 다시 90° 돌려서 자기 앞에 온 주제로 작성된 내용을 모두 친구들에게 설명한다. <div style="text-align: center;"> <p>〈보석맵 예시〉</p>  </div>
<p>유의점</p>	<p>• 보석맵에서는 동시에 자기 역할을 해야 다음 단계로 진행할 수 있다는 것을 강조하고, 어려워서 못하는 학생이 있으면 옆 친구와 상의하여 자기 내용을 쓸 수 있도록 한다.</p>

활동 3 복소수 커플 연산 게임

<p>효과</p>	<p>게임을 통해 재미있게 복소수 연산을 익힐 수 있다.</p>								
<p>준비물</p>	<p>A4 용지(개인별 2장), 계산기</p>								
<p>수업 활동</p>	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 65%;"> <p>① A4 용지를 8등분하여 각자 8개의 복소수를 적어 카드를 만든다. 이때 계산의 편의를 위해 실수는 1~9까지만 사용한다.</p> <p>② 켈레복소수 찾아서 다음 활동을 한다.</p> <ul style="list-style-type: none"> - 모듬의 복소수 카드를 섞어 놓고 켈레복소수를 찾은 후, 더하고 곱하여 실수를 만든다. - 자기 모듬에서 더하고 곱하여 실수로 만들 카드가 더 없으면 다른 모듬의 카드를 함께 보며 켈레복소수를 찾아 더하고 곱한다. - 켈레복소수 카드 1장에 +1점씩을 받고, 이 점수를 커플 연산 전 기본 점수로 갖는다. <p>③ 다음 단계별 커플 연산 게임을 진행한다.</p> <p>[커플 연산 1단계]</p> <ul style="list-style-type: none"> - 교사가 덧셈과 뺄셈 연산기호를 제시하고 특정한 값을 말한다. 학생들은 복소수 카드 2장을 뽑아 덧셈 또는 뺄셈을 한다. - 구한 값이 제시한 값에 가장 가까운 값을 구한 모듬이 +5점을 받는다. <p>[커플 연산 2단계]</p> <ul style="list-style-type: none"> - 교사가 곱셈과 나눗셈 연산기호를 제시하고 특정한 값을 말한다. 학생들은 임의의 복소수 2개를 생각하고 곱셈 또는 나눗셈을 한다. - 구한 값이 제시한 값에 가장 가까운 값을 구한 모듬이 +5점을 받는다. <p>④ 계산 과정을 확인할 수 있도록 계산 과정을 반드시 쓰도록 하고, 각 연산에서 우승한 모듬은 자신의 계산 과정을 전체 학생에게 간단히 설명한다.</p> </div> <div style="width: 30%; border: 1px solid gray; padding: 5px;"> <p style="text-align: center;">< 복소수 예시 ></p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">$1-3i$</td> <td style="text-align: center;">$2+7i$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$3-5i$</td> <td style="text-align: center;">$3+5i$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$-4+i$</td> <td style="text-align: center;">$1+6i$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$9-i$</td> <td style="text-align: center;">$4-2i$</td> </tr> </table> </div> </div>	$1-3i$	$2+7i$	$3-5i$	$3+5i$	$-4+i$	$1+6i$	$9-i$	$4-2i$
$1-3i$	$2+7i$								
$3-5i$	$3+5i$								
$-4+i$	$1+6i$								
$9-i$	$4-2i$								
<p>유의점</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 커플 연산 게임을 할 때는 혼자 하는 것보다 모듬이 협력하여 전략적으로 카드나 수를 선택하고, 각자 하나씩 계산하여 그중 가장 가까운 값을 구하도록 한다. 								

활동 평가지

_____학년 _____반 _____번 이름 _____

① 내용 정리하기

- 오늘 배운 내용
- 가장 중요한 것
- 예를 들면

② 자기 평가하기

평가항목	평가내용	평가		
		상	중	하
내용 이해도	이차방정식의 해를 구하기 위해 복소수를 생각해낸 과정을 이해할 수 있는가?			
	복소수의 사칙연산을 이해하고 설명할 수 있으며, 복소수 계산을 능숙하게 할 수 있는가?			
활동 참여도	모둠 활동에 적극적으로 참여하여 친구들과 소통하며 학습 내용을 함께 정리하고 관련 문제를 해결하였는가?			
	학습 내용을 완벽하게 이해하기 위해 노력하고, 창의적인 생각을 제시하려고 하였는가?			

③ 모둠 평가하기

모둠원 이름	좋았던 점	바라는 점

평가 기준 및 유의점

| 평가항목 |

활동	평가항목	모둠				
		1	2	3	4	5
1	이차방정식의 해를 구하기 위해 복소수를 생각해낸 과정을 이해하고, 음수의 제곱근을 표현할 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
2	복소수의 사칙연산 방법을 이해하고 설명할 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
3	복소수의 사칙연산을 능숙하게 할 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
핵심 역량	<ul style="list-style-type: none"> 창의적인 방법으로 문제 해결 방법을 찾고 있는가? 친구들과 협업하여 학습 내용을 정리하고 계산 방법을 이해하고 있는가? 교과서 내용을 비판적인 사고로 재해석하여 자기 언어로 표현하고 있는가? 	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				

| 평가 진행시 유의점 |

- 모둠원들이 모두 참여하여 각자의 역할을 하고 있는지 확인한다.
- 내용의 이해정도뿐만 아니라 모둠 활동에 참여하는 태도를 확인한다.
- 활동 과정에서 핵심역량이 어떻게 발휘되고, 길러지고 있는지 확인한다.

| 학교 생활기록부 기재 예시 |

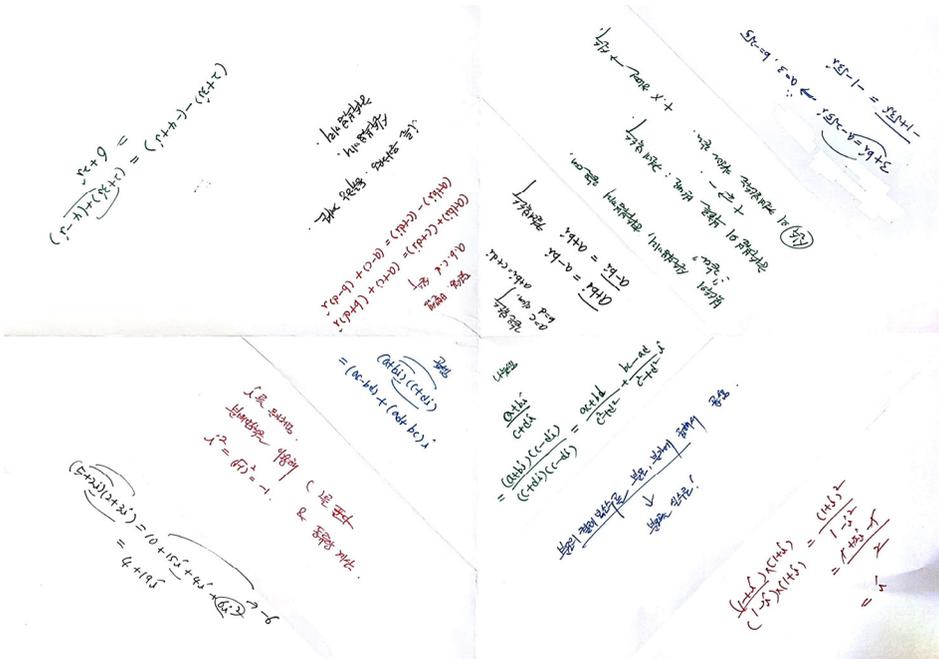
수준	세부능력 및 특기사항
상	복소수의 개념을 이해하고 사칙연산을 능숙하게 할 수 있으며 그 과정을 설명할 수 있다. 모둠 활동에 적극적으로 참여하고 학습 내용을 협력하여 문제를 해결하는 태도를 보인다.
중	복소수의 개념을 이해하고, 사칙연산을 할 수 있다. 모둠 활동에 참여하여 학습 내용을 함께 정리하고 스스로 문제를 풀 수 있다.
하	복소수의 개념을 이해하고, 사칙연산 방법을 이해하고 있다.

I 활동 결과물

■ 활동 1을 완료한 결과물

2. a	복소수의 탄생	올라성의 거꾸로 교실
pp. 57-58, 63	모둠 이름: 언다어	
수업주제 / 목표	● 복소수의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.	
Keyword	<p>1. 내가 알고 있던 방법으로 해결할 수 없는 어려움에 부딪혔을 때, 또는 기존의 방법으로 해결하는 것이 마음에 들지 않을 때 새로운 방법을 생각하여 더 나은 결과를 만들어 본 경험이 있나요?</p> <p>① 사고 - 컴퓨터 해법, A/S 안 부끄 ② 양갱 - 싸울 때 웃으면서 논리적으로 따지기 ③ 펍크 - 수학 문제 풀 때, 다양한 방식의 ④ 표다 - 공① 변형식 시험 문제 풀 때 하나라도 대답해 줌.</p> <p>2. 자연수에서 정수로 수를 확장한 것과 같은 방식으로 새로운 수를 만들어 해결하고, 이 수가 가지는 성질을 생각해 보시오.</p> <p>1) x가 정수일 때, $2x=3$의 해를 구할 수 있는가? $\frac{2}{1}$ 자변 $\frac{1}{2}$ 곱 $\frac{1}{2}$ 나누 아니요. $\frac{3}{2}$ 곱 (유리수)를 새로 만들어 풀면 됨!</p> <p>2) x가 유리수일 때, $x^2=3$의 해를 구할 수 있는가? 아니요. $\sqrt{3}$ 곱 (무리수)를 새로 만들어 풀면 안 됨</p> <p>3) x가 실수일 때, $x^2=-1$의 해를 구할 수 있는가? 아니요. i 곱 (복소수)를 만들어 풀기 Imaginary Number $i^2 = -1$</p>	

■ 활동 2를 완료한 결과물



05

II-1. 복소수와 이차방정식

이차방정식

학습 목표

- 이차방정식의 실근과 허근의 뜻을 알려, 이차방정식에서 판별식의 뜻을 이해하고, 이를 설명할 수 있다.
- 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이해한다.

거꾸로 수업 과정 안내

수업 준비

- ▶ **학습 목표 제시** 이번 단원의 학습 목표를 제시하며, 전후 관련 학습 내용과 연관짓는다.
- ▶ **디딤영상 내용 점검** 디딤영상의 주요 내용을 환기시키며 거꾸로 수업을 준비한다.

수업의 개요

수업 의도

중학교에서 배운 방정식의 개념과 일차방정식, 이차방정식의 풀이 과정을 복습하면서 방정식을 전체적으로 살펴볼 수 있게 한다. 또, 이차방정식의 판별식, 근과 계수의 관계를 이용하여 좀 더 효율적으로 문제를 해결하는 과정을 이해하고 익힐 수 있게 한다. 친구들과 함께 탐구하고 토의하면서 내용을 더 깊이 이해하고, 학습 내용의 이해뿐만 아니라 수업 과정에서 창의성, 비판적 사고, 의사소통 능력, 협력적 문제 해결의 핵심 역량을 기를 수 있게 한다.

활동 1 방정식 다시 보기 - 마인드맵 & 질문 게임

중학교에서 배운 방정식의 개념과 일차방정식, 이차방정식 풀이 방법을 마인드맵으로 정리하여 복습하고, 질문을 통해 내용을 더 깊이 이해하는 활동이다.

활동 2 이차방정식 내용 정리 - 직소 활동

판별식, 근과 계수의 관계, 두 수를 근으로 하는 이차방정식, 이차식 인수분해에 관한 내용을 디딤영상과 교과서를 참고하여 친구들과 함께 정리한 후, 직접 문제를 풀어 보며 내용을 익힌다.

활동 3 이차방정식 년 누구냐? - 진진가 게임

게임을 통해 판별식, 근과 계수의 관계에 관한 내용을 재미있게 익힌다.

활동 4 문제풀이 영상 올리기 & 아이템 모으기

학생들이 직접 문제풀이 영상을 찍어 올리고 친구들의 영상에 댓글을 달아 봄으로써 복소수와 이차방정식에 관한 문제 풀이 방법을 익힌다.

수업 정리

- ▶ **학습 확인** 이번 단원에서 배운 내용을 키워드 중심으로 언급하며 정리한다.
- ▶ **개별, 모둠별 활동지 제출** 개별, 모둠별 활동지 및 결과물에 대한 피드백을 한다.

① 이차방정식의 실근과 허근

계수가 실수인 이차방정식은 복소수의 범위에서 반드시 근을 갖는다.
이때 실수인 근을 실근, 허수인 근을 허근이라고 한다.

② 이차방정식의 판별식

(1) 이차방정식의 근의 판별

계수가 실수인 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 에서 $D = b^2 - 4ac$ 라 할 때,

- ① $D > 0$ 이면 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ② $D = 0$ 이면 중근(실근)을 갖는다.
- ③ $D < 0$ 이면 서로 다른 두 허근을 갖는다.

(2) 판별식: 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근을 $b^2 - 4ac$ 의 값의 부호에 따라 판별할 수 있으므로 $b^2 - 4ac$ 를 이차방정식의 판별식이라 하고, 기호 D 로 나타낸다. 즉, $D = b^2 - 4ac$ 이다.

③ 이차방정식의 근과 계수의 관계

이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

④ 두 수를 근으로 하는 이차방정식

두 수 α, β 를 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은

$$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$$

⑤ 이차식의 인수분해

이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면

$$ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)(x - \beta)$$

활동 1 방정식 다시 보기 - 마인드맵 & 질문 게임

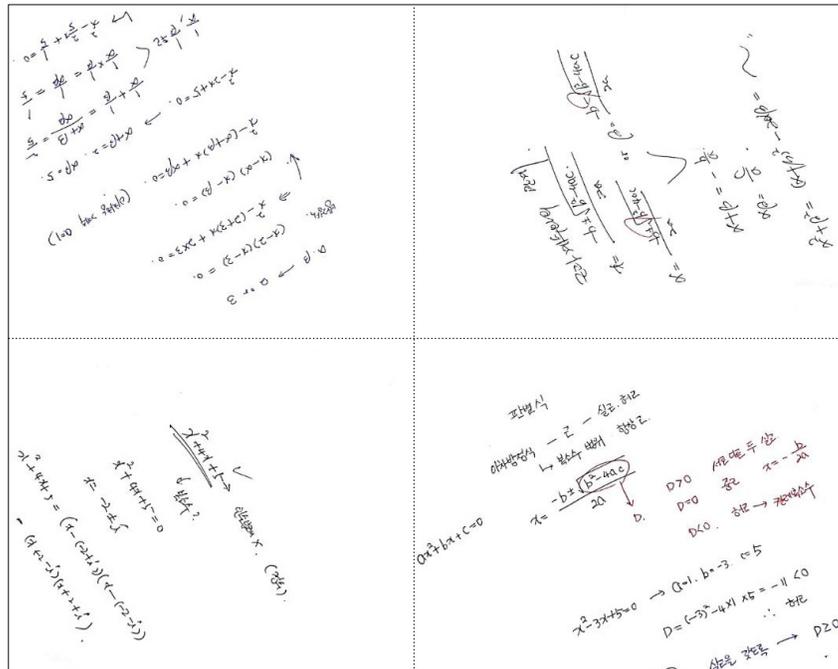
<p>효과</p>	<p>중학교에서 배운 방정식의 개념과 일차방정식, 이차방정식 풀이를 다시 한 번 상기시킴으로써 고등학교 과정의 방정식 풀이 방법을 쉽게 이해할 수 있다. 또한, 친구들과 서로 질문하고 답하는 활동을 통해 내용을 더 쉽게 이해하고 재미있게 학습할 수 있다.</p>
<p>준비물</p>	<p>전지, 색 사인펜</p>
<p>수업 활동</p>	<p>〈방정식 다시 보기 - 마인드맵〉</p> <ol style="list-style-type: none"> ① 디딤영상 내용을 참고하여 방정식의 개념과 일차방정식, 이차방정식 풀이 방법과 관련된 모든 내용을 친구들과 함께 마인드맵으로 정리한다. ② 디딤영상의 내용만 단순히 정리하는 것이 아니라 모둠원들과 서로 이야기하면서 중학교에서 배웠던 내용을 떠올리고, 방정식과 관련된 개념을 정리한다. 가능하다면 인터넷에서 다양한 자료를 찾아보고 방정식이 실생활에서 사용되는 예를 찾아서 정리한다. <p>〈방정식 다시 보기 - 질문 게임〉</p> <ol style="list-style-type: none"> ① 2모듬씩 짝을 지어 상대 모듬의 마인드맵을 서로 읽어 본 후, 번갈아 가며 질문하고 답을 한다. ② 마인드맵의 모든 내용을 설명할 수 있도록 구체적으로 질문을 주고받고, 마인드맵의 내용 이외에 궁금한 것도 질문할 수 있다. <p>※ 질문 예시</p> <ol style="list-style-type: none"> ① 방정식의 해란 무엇인가? ② 등식의 성질을 설명하면? ③ 이차방정식의 풀이 방법 중 인수분해를 이용한 방법을 설명하면? ④ 이차방정식이 해를 갖지 않는 경우가 있을까?
<p>유의점</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 상대팀을 이기기 위해 너무 어려운 질문을 하지 않도록 하고, 방정식과 관련된 내용을 익히기 위한 과정임을 강조한다.

활동 2 이차방정식 내용 정리 - 직소 활동

효과	디딤영상과 교과서 내용을 참고하여 이차방정식의 판별식, 이차방정식의 근과 계수의 관계, 두 수를 근으로 하는 이차방정식, 이차식의 인수분해 내용을 친구들과 협력하여 정리하는 능력을 기를 수 있다.
준비물	A3 용지, 포스트잇

- 이차방정식의 판별식, 이차방정식의 근과 계수의 관계, 두 수를 근으로 하는 이차방정식, 이차식의 인수분해의 4개 영역을 모둠원들이 각각 1개씩 나누어 갖는다.
- 각 영역별로 전문가 모둠을 만들어 서로 토의하면서 개념을 정리하고, 그 영역에 해당하는 교과서 문제를 풀 때의 해결전략을 정리한다.
- 자기 모둠으로 돌아와 모둠에서 영역별로 돌아가며 내용을 설명하고 공유한다.
직소 활동을 통해 모둠원들이 모두 알 수 있도록 A3 용지에 내용을 쓰면서 설명한다.
※ 직소 활동 - 용지를 4등분하여 개념 관련 내용을 쓰는 활동

수업 활동



△ 직소 활동 예시

- 모둠별로 함께 교과서 기본 문제를 풀어 본다.
영역별 전문가가 문제를 풀 때의 노하우를 공유하고 어려움을 겪는 친구들을 도와준다.
- 자기 영역의 문제를 변형하여 1문항씩 포스트잇에 출제하여 시험지를 만들고, 각자 풀이하면서 자신의 이해 정도를 점검한다. (문제 출제 후 평가 대신 **활동 3** 을 진행할 수도 있다.)

$x^2+3x-4=0$ 이
같은 형태,
왜냐하면 어떤?

$x^2-4x=0$ 이 두
 α, β
 $(\alpha-\beta)^2=?$

$\sqrt{3}, \sqrt{5}$ -은
두근 두근
 x^2 계수 2인
이차방정식?

$x^2-8x+5=0$
두근 두근
이차방정식?

활동 3 이차방정식 년 누구냐? - 진진가 게임

<p>효과</p>	<p>옳은 것과 옳지 않은 것을 판별하는 게임을 통해 이차방정식의 판별식, 이차방정식의 근과 계수의 관계를 익히고, 서로 의견을 공유할 수 있다.</p>
<p>준비물</p>	<p>A3 용지</p>
<p>수업 활동</p>	<ol style="list-style-type: none"> 이차방정식에서 근을 구하지 않고도 계수만을 이용하여 근의 종류(실근 또는 허근), 두 근의 합, 두 근의 곱을 구하는 것을 연습한다. 진진가 게임에서 사용할 문제를 각자 만든다. 이때 이차방정식의 판별식, 이차방정식의 근과 계수의 관계와 관련된 문장 3개와 본인과 관련된 문장 2개를 추가하여 총 5개의 문장으로 구성된 문제를 만든다. ※ 진진가 게임 - 진짜와 가짜를 섞어 옳은 것이나 옳지 않은 것을 맞히는 게임 모둠에서 돌아가면서 1명씩 자기가 만든 문제를 제시하고, 나머지 친구들이 맞힌다. 본인과 관련된 문장은 사실인 것처럼 친구들에게 설명한다. 모둠별로 소극적인 친구를 1명씩 선정하여 자기가 만든 문제를 반 전체 친구들에게 설명하고, 함께 맞힌다. <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p>이차방정식 $2x^2 - 3x - 4$의 두근을 α, β 할 때 구해라</p> <p>1. $\alpha - \beta$는 $\frac{\sqrt{41}}{2}$이다</p> <p>2. $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$는 $-\frac{25}{8}$이다</p> <p>3. $\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2$는 $\frac{33}{4}$이다</p> <p>4. 나는 ^{전용} 교통카드가 <u>없다</u> (신용, 체크 제외)</p> <p>5. 나는 아이폰을 쓴다</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p>$3x^2 - 3x + 5 = 0$ 두근 α, β - 거짓</p> <p>① 서로 다른 실근이다.</p> <p>② $\alpha\beta = \frac{5}{3}$</p> <p>③ $\alpha + \beta = 3$</p> <p>④ 작년 중학교에서 2학년 3반이었다.</p> <p>⑤ 중학교 1학년 때 반은 8번이었다.</p> </div> </div> <p style="text-align: center; margin-top: 10px;">△ 진진가 게임 문제 예시</p>
<p>유의점</p>	<ul style="list-style-type: none"> 수업을 시작할 때 교사가 먼저 진진가 게임에 사용할 문제 예시를 만들어 학생들에게 보여 주는 것이 좋다. 본인과 관련된 문장으로는 '내가 들으면 기분 좋아지는 말', '내가 수업 시간에 하고 싶은 것', '내가 싫어하는 행동' 등을 적도록 하여 모둠에서 서로 이해하면서 힘들 때 서로 격려할 수 있도록 한다.

활동 4 문제풀이 영상 올리기 & 아이템 모으기

<p>효과</p>	<p>학생들이 스스로 문제풀이를 연구하고 설명하는 과정을 통해 문제를 더 깊이 이해하고 논리적으로 설명하는 능력을 기를 수 있다. 친구들이 설명한 풀이 과정을 살펴보거나 다른 친구가 출제된 문제를 풀어 보면서 문제 또는 풀이 과정에 대해 비판적으로 사고하는 능력을 기를 수 있다.</p>
<p>준비물</p>	<p>스마트폰(동영상 촬영용), 포스트잇, A4 용지</p>
<p>수업 활동</p>	<p>〈문제풀이 영상 제작〉</p> <ol style="list-style-type: none"> ① 복소수와 이차방정식에 관한 문제를 학생들에게 개인별로 1~2문제씩 사전에 신청을 받는다. ② 학생들은 선택한 문제의 풀이 영상을 스마트폰으로 촬영하여 SNS에 올린다. ③ 다른 학생들은 친구들의 풀이를 보고 오류를 수정하거나 다른 풀이 방법을 댓글로 단다. ④ 교사는 학생들의 영상을 보고 문제풀이의 핵심 아이디어, 오류 수정, 다른 풀이 방법을 댓글로 단다. <p>〈아이템 모으기〉</p> <ol style="list-style-type: none"> ① 교과서 문제를 참고하여 변형 문제를 2~3문항 만들어 출제하고 포스트잇에 적어 칠판에 붙인다. 문제 포스트잇에 출제자 이름도 같이 적어 모르는 문제는 출제자에게 도움을 받을 수 있도록 한다. ② A4 용지를 4등분으로 접어 4칸을 만들고, 개인별 문제 풀이지로 사용한다. ③ 칠판으로 가서 마음에 드는 문제의 포스트잇을 골라 떼어 개인별 풀이지의 한 칸에 붙인다. ④ 친구를 만나서 각자 붙인 문제를 서로 설명하고 문제 포스트잇을 교환한다. ⑤ 교환한 포스트잇의 문제를 개인 풀이지에 풀고, 다시 친구를 만나 설명하고 교환하는 과정을 반복하며 개인 풀이지를 채워 나간다. ⑥ 새로운 문제를 스스로 풀기 어려운 학생들은 이렇게 설명을 듣고 푸는 과정을 반복하고, 새로운 문제를 스스로 풀기를 원하는 학생들은 설명을 듣고 교환한 포스트잇을 칠판에 다시 붙이고 다른 문제가 적힌 포스트잇을 떼어 개인 풀이지에 풀면 된다.
<p>유의점</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 문제풀이 영상의 설명은 너무 길지 않도록 1~2분 이내로 핵심을 잘 전달하도록 안내한다. • 아이템 모으기 활동에서 출제 문제의 오류가 발견되면 출제자와 함께 문제를 다시 만들도록 한다.

활동 평가지

_____학년 _____반 _____번 이름 _____

① 내용 정리하기

- 오늘 배운 내용
- 가장 중요한 것
- 예를 들면

② 자기 평가하기

평가항목	평가내용	평가		
		상	중	하
내용 이해도	방정식의 개념, 일차방정식, 이차방정식의 풀이 방법에 대해 이해하고 설명할 수 있으며, 방정식을 능숙하게 풀 수 있는가?			
	이차방정식의 판별식, 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이해하고 이를 이용하여 문제를 해결할 수 있는가?			
활동 참여도	모둠 활동에 적극적으로 참여하고 친구들과 소통하며 학습 내용을 정리하였는가?			
	학습 내용을 비판적으로 사고하여 정확하게 이해하기 위해 노력하고, 창의적인 생각을 제시하였는가?			

③ 모둠 평가하기

모둠원 이름	좋았던 점	바라는 점

평가 기준 및 유의점

| 평가항목 |

활동	평가항목	모둠				
		1	2	3	4	5
1	방정식의 개념, 일차방정식, 이차방정식의 풀이 방법에 관한 내용을 체계적으로 정리하고, 적절한 질문을 주고받으며 내용을 정확하게 설명할 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
2, 3	이차방정식의 판별식, 이차방정식의 근과 계수의 관계에 관한 내용을 협업을 통해 정확하게 이해하고, 문제 풀이에 적용할 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
4	스스로 문제 풀이 과정을 설명하고, 창의적으로 문제를 변형하여 출제하였는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
핵심 역량	<ul style="list-style-type: none"> 창의적인 방법으로 문제 해결 방법을 찾고 있는가? 친구들과 협업하여 학습 내용을 정리하고 계산 방법을 이해하는가? 교과서 내용을 비판적인 사고로 재해석하여 자기 언어로 표현하고 있는가? 	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				

| 평가 진행시 유의점 |

- 모둠원들이 모두 참여하여 각자의 역할을 하고 있는지 확인한다.
- 내용의 이해 정도뿐만 아니라 모둠 활동에 참여하는 태도를 확인한다.

| 학교 생활기록부 기재 예시 |

수준	세부능력 및 특기사항
상	방정식의 풀이, 이차방정식의 판별식, 이차방정식의 근과 계수의 관계를 깊이 있게 이해하고 논리적으로 설명할 수 있으며, 이를 이용하여 문제를 해결할 수 있다. 모둠 활동에 적극적으로 참여하여 학습 내용을 함께 정리하고 협력하여 문제를 해결하며, 새로운 아이디어를 제시한다.
중	이차방정식의 판별식, 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이해하고, 이를 이용하여 문제를 해결할 수 있다. 모둠 활동에 참여하여 학습 내용을 함께 정리하고 스스로 문제를 해결할 수 있다.
하	이차방정식의 판별식, 이차방정식의 근과 계수의 관계를 알고, 이를 이용하여 기본 문제를 해결할 수 있다.

활동 질문 놀이

수업 활동

〈질문 놀이 1단계: 질문 놀이 연습〉

- ① 예시 문제와 그 풀이를 본 후, 교사가 질문하고 학생이 답하는 연습을 한다.
- ② 연습 문제 중에서 한 문제를 다같이 풀고, 교사가 문제와 풀이에 대한 질문을 계속하여 어떻게 질문을 해야 하는지 학생들이 이해하도록 한다.
- ③ 각 모둠에서 한 문제를 같이 풀고, 서로 번갈아 가며 끝까지 질문하고 답하는 연습을 한다.

〈질문 놀이 2단계: 빙고 게임과 결합한 질문 놀이〉

- ① 모둠에서 2 : 2로 게임을 진행한다. (질문과 답은 팀원 모두가 참여한다.)
- ② 3×3 빙고판에 각자 문제 번호를 쓰고, 공격팀이 먼저 문제 번호를 고른다.
(전체 문제 중에서 합의하여 9문제를 고를 수 있다.)
- ③ 선택한 문제를 각자 푼다.
- ④ 문제를 선택한 공격팀이 먼저 질문을 하고 방어팀은 답을 한다. 답을 하면 순서를 바꾸어 계속 진행한다.
- ⑤ 한 문제에 대해 각각 3회 질문을 주고 받으면 두 팀 모두 빙고판 문제 번호에 표시를 하고, 문제 선택권이 다른 팀에게 넘어간다.
- ⑥ 질문을 더 이상 못 하거나 답을 못하면 지게 된다. 진 팀은 그 문제에 표시하지 못하고, 이긴 팀이 계속 문제 선택권을 가지고 공격한다.
- ⑦ 가로 또는 세로 또는 대각선 방향으로 3줄 빙고를 먼저 만든 팀이 승리한다.

유의점

- 문제와 관련된 개념이나 문제의 풀이에 대한 질문만 서로 하도록 하고, 승패에 집착하여 공격만을 위한 질문이 되지 않도록 한다.
- 질문과 답을 하는 빙고 게임의 규칙을 지키도록 강조한다.

06

II-2. 이차방정식과 이차함수

이차방정식과 이차함수

- 학습 목표** · 이차방정식과 이차함수의 관계, 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 이해한다.
- 이차함수의 최대, 최소를 이해하고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

거꾸로 수업 과정 안내

수업 준비

- ▶ **학습 목표 제시** 이번 단원의 학습 목표를 제시하며, 전후 관련 학습 내용과 연관짓는다.
- ▶ **디딤영상 내용 점검** 디딤영상의 주요 내용을 환기시키며 거꾸로 수업을 준비한다.

수업의 개요

수업 의도

방정식과 함수를 도형과 연결하여 통합적 관점에서 이해함으로써 수학의 각 영역이 분리된 것이 아니라 서로 연결되어 있음을 알고 방정식을 이용하여 함수, 도형의 문제를 해결해 보게 한다. 또, 얼굴 표정을 그리는 활동을 통해 이차함수의 최댓값, 최솟값을 구하는 과정을 재미 있게 배우면서 익히게 한다. 학습 내용의 이해뿐만 아니라 수업 과정에서 창의력, 비판적 사고, 의사소통 능력, 협력적 문제 해결의 핵심 역량을 기르게 한다.

활동 1 나와 나의 연결고리 - 트리플 버블맵

트리플 버블맵으로 방정식, 함수, 도형 각각의 특징과 공통점을 정리한다. 도형인 직선과 포물선의 위치 관계를 함수의 그래프로 해석하고, 다시 이차방정식의 판별식을 이용하여 해결하는 과정을 익힌다.

활동 2 이차함수의 그래프로 그리는 나의 표정 & 암호를 해독하라

이차함수를 표준형으로 바꾸어 최댓값, 최솟값을 구하고 자신의 기분에 맞는 표정을 그린다. 또, 직선과 포물선을 이용하여 재미있는 이모티콘을 만들고, 함수식으로 암호를 만든 후, 다시 암호를 해독한다.

활동 3 세상 속 이차방정식과 이차함수를 찾아라 & 지식시장

실생활에 여러 형태와 관계로 존재하는 이차함수와 이차방정식이라는 수학적 개념을 찾아본다. 또, 친구들에게 설명해 주고 듣는 지식시장 활동을 통해 자신이 알고 있는 내용을 서로 공유한다.

수업 정리

- ▶ **학습 확인** 이번 단원에서 배운 내용을 키워드 중심으로 언급하며 정리한다.
- ▶ **개별, 모둠별 활동지 제출** 개별, 모둠별 활동지 및 결과물에 대한 피드백을 한다.

① 이차방정식과 이차함수의 관계

이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 판별식 $D = b^2 - 4ac$ 의 값의 부호에 따라 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프와 x 축의 위치 관계는 다음과 같다.

- ① $D > 0$ 이면 서로 다른 두 점에서 만난다.
- ② $D = 0$ 이면 한 점에서 만난다.(접한다.)
- ③ $D < 0$ 이면 만나지 않는다.

② 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계

이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프와 직선 $y = mx + n$ 의 위치 관계는 이차방정식

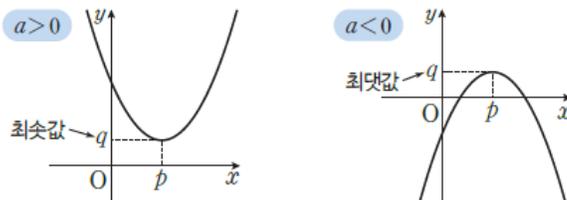
$$ax^2 + (b - m)x + c - n = 0$$

의 판별식 D 의 값의 부호에 따라 다음과 같다.

- ① $D > 0$ 이면 서로 다른 두 점에서 만난다.
- ② $D = 0$ 이면 한 점에서 만난다.(접한다.)
- ③ $D < 0$ 이면 만나지 않는다.

③ 이차함수의 최대, 최소

- (1) 어떤 함수의 모든 함수값 중에서 가장 큰 값을 그 함수의 최댓값이라 하고, 가장 작은 값을 그 함수의 최솟값이라고 한다.
- (2) 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 최댓값과 최솟값
 - ① $a > 0$ 이면, $x = p$ 일 때 최솟값 q 를 갖고 최댓값은 없다.
 - ② $a < 0$ 이면, $x = p$ 일 때 최댓값 q 를 갖고 최솟값은 없다.



- (3) x 의 값의 범위가 $\alpha \leq x \leq \beta$ 일 때, 이차함수 $f(x) = a(x - p)^2 + q$ 의 최댓값과 최솟값은 다음과 같다.
 - ① $\alpha \leq p \leq \beta$ 이면 $f(\alpha), f(p), f(\beta)$ 중에서 가장 큰 값이 최댓값이고 가장 작은 값이 최솟값이다.
 - ② $p < \alpha$ 또는 $p > \beta$ 이면 $f(\alpha), f(\beta)$ 중에서 가장 큰 값이 최댓값이고 가장 작은 값이 최솟값이다.

활동 1 너와 나의 연결고리 - 트리플 버블맵

<p>효과</p>	<p>방정식, 함수, 도형 영역 각각의 특징과 공통점을 살펴보는 활동을 통해 각각의 수학적 영역이 다른 것이 아니라 하나의 대상을 다른 관점으로 보는 것임을 이해함으로써 통합적 관점을 가지고 문제를 해결할 수 있다.</p>
<p>준비물</p>	<p>전지, 6색 네임펜(모듬별)</p>
<p>수업 활동</p>	<ol style="list-style-type: none"> 트리플 버블맵으로 방정식, 함수, 도형 각 영역의 특징과 공통점을 정리한다. <ul style="list-style-type: none"> 각 영역의 특징은 원 주위에 기록하고, 두 영역의 공통점은 서로 연결되는 선 위에 쓴다. 각 영역의 공통점(연결 지점)은 함께 토의하여 찾는다. 일차함수의 그래프가 x 축과 만나는 점의 좌표를 구하는 방법으로부터 이차함수의 그래프와 x 축의 위치 관계를 판별식을 이용하여 찾는 방법을 교과서를 참고하여 이해하고 정리한다. 두 일차함수의 그래프의 위치 관계를 구하는 방법으로부터 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 판별식을 이용하여 찾는 방법을 교과서를 참고하여 이해하고 정리한다. 〈3가고 1남기〉 활동을 통해 각 모듬에서 찾은 내용을 공유한다. <ul style="list-style-type: none"> 모듬의 내용을 가장 잘 이해하고 있는 친구 1명이 남아서 모듬에서 정리된 내용을 설명하고, 나머지 3명은 다른 모듬으로 이동하여 다른 모듬에서 정리된 내용 설명을 듣고 질문한다. 두 번 이동한 후 자기 모듬으로 돌아와서 트리플 버블맵에 내용을 수정하거나 추가한다. 모듬별로 교과서 문제를 풀이한다. <div style="text-align: center;"> <p>△ 트리플 버블맵 예시</p> </div>
<p>유의점</p>	<ul style="list-style-type: none"> 방정식, 함수, 도형 영역의 통합적 관점을 가지는 것이 중요하므로 이 부분을 계속 강조하면서 활동을 진행하도록 안내한다.

활동 2 이차함수의 그래프로 그리는 나의 표정 & 암호를 해독하라

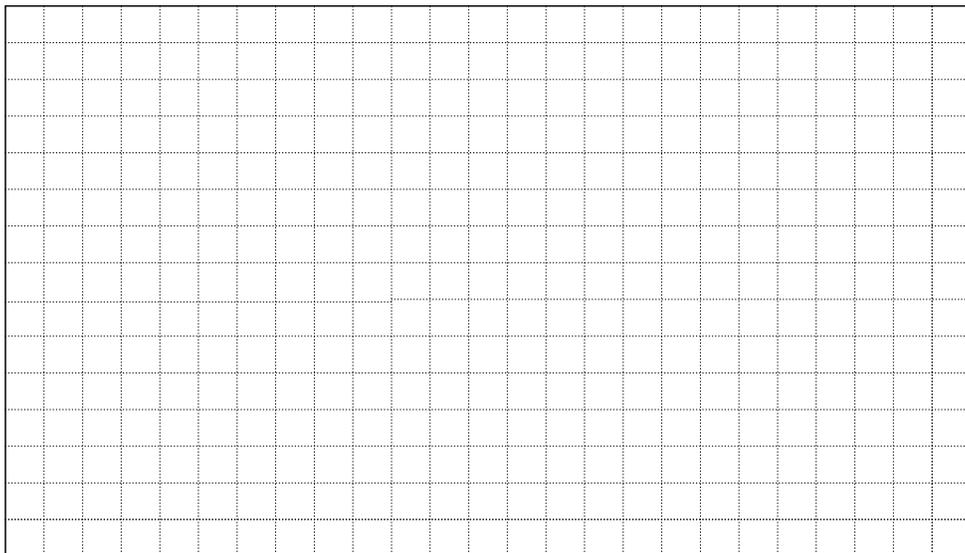
<p>효과</p>	<p>이차함수의 그래프를 그리고 최댓값, 최솟값을 구하는 과정을 얼굴 표정을 그리는 활동에 연결함으로써 지루할 수 있는 계산을 재미있게 익힐 수 있고, 재미있는 아이콘으로 암호를 만들고 해독하는 활동에서 수학적 요소를 창의적으로 표현할 수 있다.</p>
<p>준비물</p>	<p>활동지, 포스트잇, 6색 네임펜(모듬별)</p>
<p>수업 활동</p>	<p>〈이차함수로 그리는 나의 표정〉</p> <ol style="list-style-type: none"> ① 이차함수의 최대, 최소에 관한 교과서 기본 문제를 푼다. ② 모듬에서 각자 ‘눈 함수’ 1세트, ‘입 함수’ 1개를 택하여 함수식을 표준형으로 바꾸어 그래프를 모눈종이에 그리고 최댓값 또는 최솟값을 구한다. ③ 모듬원들이 그린 그래프를 보고 현재 자신의 기분에 해당하는 함수 세트를 찾아 자신의 표정을 그린다. ④ 자기 표정을 보여 주면서 자신의 감정에 대해 친구들과 이야기를 나눈다. <p>〈암호를 해독하라〉</p> <ol style="list-style-type: none"> ① 모눈종이에 직선과 포물선을 8개 이상 사용하여 얼굴 표정 이모티콘 또는 창의적인 도형을 나타내는 이차함수의 그래프를 그린다. (모듬별 1개씩 함께 토의하여 그린다.) ② 각 부분에 해당하는 함수식을 구하고 이를 이용하여 암호를 만든다. ③ 암호를 나타내는 함수식을 포스트잇에 써서 다른 모듬과 교환한다. ④ 다른 모듬과 교환한 포스트잇에 적힌 암호를 나타내는 함수식을 풀어서 그래프를 그리고 그래프가 나타내는 그림을 정답지와 비교한다.
<p>유의점</p>	<p>• 표정을 그릴 때는 각자 1세트씩 나누어서 함수의 그래프를 그리는 것이 더 효율적으로 문제를 해결하는 과정임을 알려 준다.</p>

활동지2 이차함수의 그래프로 그리는 나의 표정 & 암호를 해독하라

활동 유형	모둠 활동	소요 시간	40분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	이차함수의 그래프를 그리고, 최댓값과 최솟값을 구할 수 있다.			이름	

- 1 '눈 함수'에서 1세트, '입 함수'에서 1개를 선택하여 $y = a(x-p)^2 + q$ 꼴로 변형한 후 그래프를 그리고, 최댓값과 최솟값을 구해 보자.

눈 함수	입 함수
(1) $y = x^2 - 4x + 7$ ($1 \leq x \leq 3$) $y = x^2 + 4x + 7$ ($-3 \leq x \leq -1$)	(1) $y = \frac{1}{4}x^2 - 3$ ($-2 \leq x \leq 2$)
(2) $y = -2x^2 + 8x - 3$ ($1 \leq x \leq 3$) $y = -2x^2 - 8x - 3$ ($-3 \leq x \leq -1$)	(2) $y = \frac{3}{4}x^2 - 4$ ($-1 \leq x \leq 2$)
(3) $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{13}{4}$ ($1 \leq x \leq 3$) $y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{13}{4}$ ($-3 \leq x \leq -1$)	(3) $y = -\frac{2}{9}x^2 - 2$ ($-3 \leq x \leq 3$)
(4) $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{9}{2}$ ($1 \leq x \leq 3$) $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{9}{2}$ ($-3 \leq x \leq -1$)	(4) $y = -3x^2 - 1$ ($-1 \leq x \leq 1$)

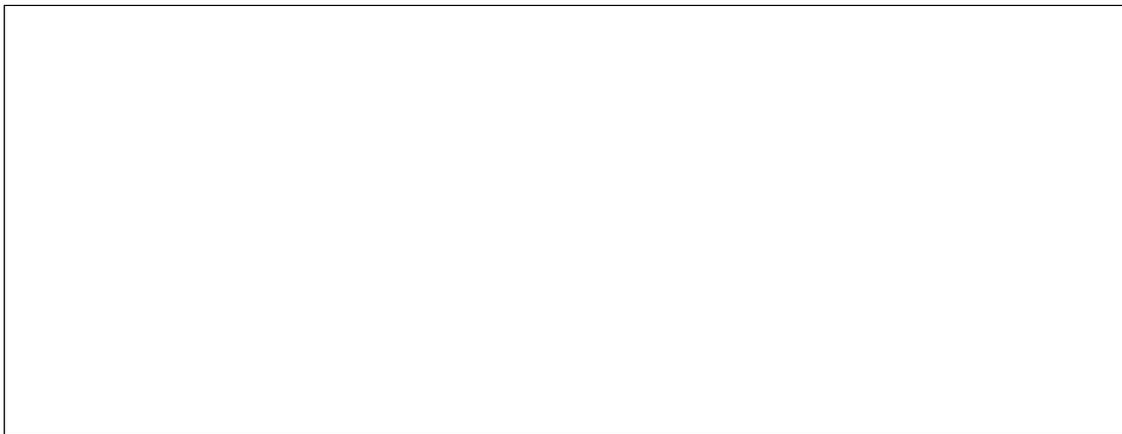


- 2 모둠원들이 그린 그래프를 보고 현재 자신의 기분에 해당하는 함수 세트를 찾아 자신의 표정을 그리고, 자신의 감정에 대해 함께 이야기를 나누어 보자.

- 3 직선 ($y = ax + b$ 꼴)과 포물선 ($y = a(x - p)^2 + q$, $y = ax^2 + bx + c$ 꼴)을 8개 이상 사용하여 얼굴 표정 이모티콘 또는 창의적인 도형을 그려 보자.



- 4 이모티콘과 도형의 각 부분에 해당하는 함수식을 찾아 암호를 만들어 보자.



활동 3 세상 속 이차방정식과 이차함수를 찾아라 & 지식시장

<p>효과</p>	<p>이차방정식과 이차함수는 수학책에만 존재하는 개념이 아니라 실생활의 다양한 문제를 해결할 때 활용할 수 있음을 이해시킬 수 있다. 또한, 내용을 함께 찾아보고 토론하며 정리하는 활동을 통해 의사소통 능력과 협력하여 과제를 해결하는 능력을 기를 수 있다.</p>
<p>준비물</p>	<p>전지(모둠별 1장씩), 6색 네임펜(모둠별), A4 용지(개인당 1장씩), 스티커(개인당 3개씩)</p>
<p>수업 활동</p>	<p>〈세상 속 이차방정식과 이차함수를 찾아라〉</p> <ol style="list-style-type: none"> ① 실생활에서 이차방정식, 이차함수가 활용되는 것을 찾는다. <ul style="list-style-type: none"> - 교과서와 인터넷 자료를 충분히 검색하고 토의하여 정리한다. - 모둠별로 최소 5개 이상, 가능한 한 많은 자료를 찾아서 정리한다. - 이차방정식을 풀어 문제를 해결하는 것뿐만 아니라 이차방정식의 판별식, 이차방정식의 근과 계수의 관계, 이차함수의 최대·최소를 활용하는 것도 찾아본다. ② 찾은 내용을 전지에 정리하고, 지식시장에서 가게로 사용한다. ③ 지식시장에서 모둠원이 모두 설명할 수 있도록 찾은 내용을 모둠원들이 함께 토의하며 이해한다. <p>〈지식시장〉</p> <ol style="list-style-type: none"> ① 교실의 적당한 곳에 가게를 차리고 내용을 정리한 전지를 벽에 붙인다. 우리 가게의 지식을 많이 팔기 위해서 좋은 장소를 찾아 가게를 차리는 것이 좋고, 적극적으로 홍보하여 손님들이 많이 오도록 한다. ② 모둠에서 가게 주인 1명을 정하여 손님들이 오면 설명한다. 가게 주인은 5분 단위로 1명씩 돌아가면서 담당한다. ③ 손님들은 A4용지 1장을 장바구니로 하여, 여러 가게를 돌아다니면서 설명을 듣고 마음에 드는 것은 장바구니에 기록한다. <ul style="list-style-type: none"> - 장바구니에 기록할 때는 개인마다 지급된 스티커를 1장씩 가게 포스터에 붙여 준다. - 스티커는 개인당 3장씩 지급하며, 지식을 사는 동전과 같은 의미로 사용한다. - 각 개인은 장바구니에 3개 이상씩 담아야 한다. - 스티커를 가장 많이 받은 가게에는 모둠 포상을 한다.
<p>유의점</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 지식시장에서는 진짜 시장과 같은 분위기에서 아이들이 재미있게 홍보하고 지식을 팔도록 독려한다. • 손님은 그냥 설명만 듣는 것이 아니라 반드시 자기 장바구니를 채우도록 안내한다.

활동 평가지

_____학년 _____반 _____번 이름 _____

① 내용 정리하기

- 오늘 배운 내용
- 가장 중요한 것
- 예를 들면

② 자기 평가하기

평가항목	평가내용	평가		
		상	중	하
내용 이해도	이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 이차방정식의 판별식을 이용하여 알아낼 수 있는가?			
	이차함수의 최댓값, 최솟값을 구할 수 있고, 이차함수의 그래프를 이용하여 원하는 모양을 표현할 수 있는가?			
활동 참여도	모둠 활동에 적극적으로 참여하고 친구들과 소통하며 학습 내용을 함께 정리하였는가?			

③ 모둠 평가하기

모둠원 이름	좋았던 점	바라는 점

평가 기준 및 유의점

| 평가항목 |

활동	평가항목	모둠				
		1	2	3	4	5
1	방정식, 함수, 도형의 공통점을 이해하고 통합적 관점에서 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 이차방정식을 이용하여 해석할 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
2	이차함수의 최댓값, 최솟값을 구할 수 있고, 이차함수의 그래프를 이용하여 적절한 모양을 표현할 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
3	실생활에서 활용되는 이차방정식과 이차함수를 다양하게 찾아보고, 이해하기 쉽게 설명하였는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
핵심 역량	<ul style="list-style-type: none"> 창의적인 방법으로 문제 해결 방법을 찾고 있는가? 친구들과 협업하여 학습 내용을 정리하고 계산 방법을 이해하였는가? 교과서 내용을 비판적인 사고로 재해석하여 자기 언어로 표현하였는가? 	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				

| 평가 진행시 유의점 |

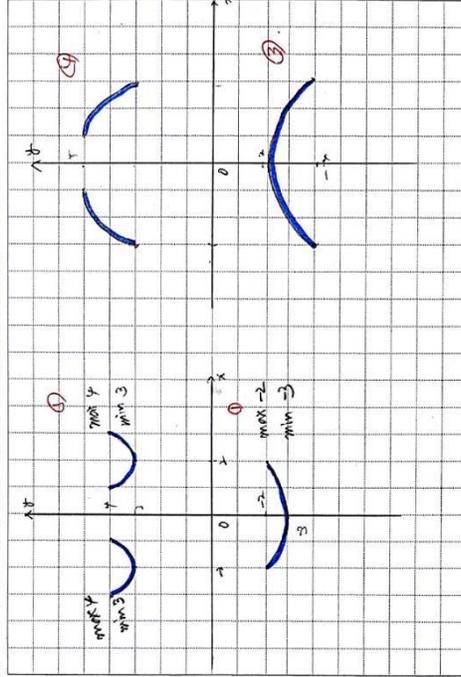
- 모둠원들이 모두 참여하여 각자의 역할을 하고 있는지 확인한다.
- 내용의 이해 정도뿐만 아니라 모둠 활동에 참여하는 태도를 확인한다.

| 학교 생활기록부 기재 예시 |

수준	세부능력 및 특기사항
상	이차함수의 최댓값, 최솟값을 구할 수 있고, 이차함수의 그래프를 창의적인 방법으로 표현할 수 있다. 방정식, 함수, 도형을 통합적인 관점에서 이해하고 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 이차방정식의 판별식을 이용하여 분석할 수 있다.
중	이차함수의 최댓값, 최솟값을 구할 수 있고, 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 이차방정식의 판별식을 이용하여 분석할 수 있다.
하	이차함수의 최댓값, 최솟값의 개념을 이해하고, 이차함수의 그래프가 x 축과 만나는 점의 개수를 구할 수 있다.

2. b	함수로 그리는 나의 표정 & 암호를 해독하라.	몰리의 거꾸로 교실 ^^*
pp.	모듬 이름:	
수업주제 / 목표	<ul style="list-style-type: none"> 이차함수의 최댓값, 최솟값을 구할 수 있다. 	

- 함수로 그리는 나의 표정
- eye function 에서 1세트, mouth function 에서 하나를 선택하여 $y = a(x-p)^2 + q$ 모양으로 만든 후 해당하는 얼굴 표정을 모노활동지의 왼쪽에 그리고, 최댓값과 최솟값을 구하시오.
- 모든 함수 세트 중에서 현재 자신의 기분에 해당하는 함수 세트를 찾아 자신의 표정을 모노활동지의 오른쪽에 그리고, 오늘 자신의 기분에 대해 함께 이야기 나누기.



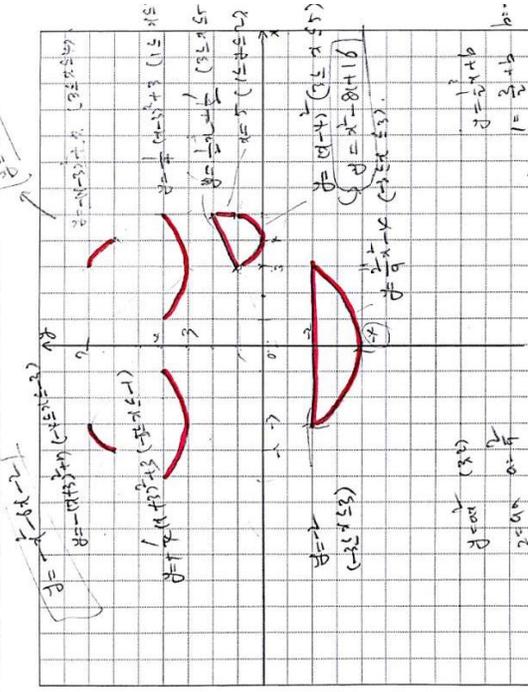
eye function	mouth function
① $y = x^2 - 4x + 7$ ($-3 \leq x \leq 3$) $y = x^2 + 4x + 7$ ($-3 \leq x \leq -1$)	$y = (x-2)^2 + 3$ (2, 3) $y = (x+1)^2 + 3$ (-1, 3)
② $y = -2x^2 + 8x - 3$ ($1 \leq x \leq 3$) $y = -2x^2 - 8x - 3$ ($-3 \leq x \leq -1$)	① $y = \frac{1}{4}x^2 - 3$ ($-2 \leq x \leq 2$) ② $y = \frac{3}{4}x^2 - 4$ ($-1 \leq x \leq 2$)
③ $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{13}{4}$ ($1 \leq x \leq 3$) $y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{13}{4}$ ($-3 \leq x \leq -1$)	③ $y = -\frac{2}{9}x^2 - 2$ ($-3 \leq x \leq 3$)
④ $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{9}{2}$ ($1 \leq x \leq 3$) $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{9}{2}$ ($-3 \leq x \leq -1$)	④ $y = -3x^2 - 1$ ($-1 \leq x \leq 1$)

$x = -\frac{1}{2}(x^2 - 2x + 1) + \frac{9}{2} = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 5$

2. 모노활동지에 직선과 포물선을 8개 이상 사용하여 얼굴 표정 이모티콘 또는 창의적인 도형을 그리고 각 부분에 해당하는 함수식을 찾아 우리 모듬의 암호를 만드시오.

- 일차함수 $y = ax + b$, 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$, $y = ax^2 + bx + c$ 형태를 사용하고, x의 범위를 표시.

- 암호는 식의 형태로 포스트잇에 기록.
- 모듬끼리 암호를 교환한 후 암호를 그림으로 풀이하여 해독함.



이모티콘에 해당하는 암호식

① $y = -x^2 - 6x - 2$ ($-4 \leq x \leq 3$)	⑦ $y = -2x^2 - 2$ ($-3 \leq x \leq 3$)
② $y = -x^2 + 6x - 2$ ($3 \leq x \leq 4$)	⑧ $y = \frac{2}{9}x^2 - 4$ ($-3 \leq x \leq 3$)
③ $y = \frac{1}{4}(x+3)^2 + 3$ ($-5 \leq x \leq -1$)	⑨ $y = x^2 - 8x + 16$ ($3 \leq x \leq 5$)
④ $y = \frac{1}{4}(x-3)^2 + 3$ ($1 \leq x \leq 5$)	
⑤ $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ ($3 \leq x \leq 5$)	
⑥ $x = 5$ ($1 \leq y \leq 2$)	

07

II-3. 여러 가지 방정식과 부등식

여러 가지 방정식과 부등식

- 학습 목표**
- 간단한 삼차방정식, 사차방정식과 미지수가 2개인 연립이차방정식을 풀 수 있다.
 - 미지수가 1개인 연립일차부등식, 이차부등식과 연립이차부등식을 풀 수 있다.

거꾸로 수업 과정 안내

수업 준비

- ▶ **학습 목표 제시** 이번 단원의 학습 목표를 제시하며, 전후 관련 학습 내용과 연관짓는다.
- ▶ **디딤영상 내용 점검** 디딤영상의 주요 내용을 환기시키며 거꾸로 수업을 준비한다.

수업의 개요

수업 의도

방정식과 부등식의 풀이 방법을 익힐 때, 단순히 그 식의 풀이 방법만을 익히는 것이 아니라 일차에서 이차, 삼차로 같은 원리를 확장하는 과정을 이해하고, 함수와 방정식, 부등식을 서로 연관 지어 풀이하는 원리를 이해하게 한다. 또, 학습 내용의 이해뿐만 아니라 수업 과정에서 창의력, 비판적 사고력, 의사소통 능력, 협력적 문제 해결 능력 등의 핵심 역량을 기를 수 있게 한다.

활동 1 방정식과 부등식 정복하기 - 입학사정관 활동

입학사정관으로 지원한 학생들이 다른 학생을 주도적으로 가르치고 평가하며 방정식과 부등식의 풀이 방법을 재미있게 익히는 활동이다.

활동 2 Tarsia puzzle 맞추기

삼각형의 각 변에 방정식과 부등식 또는 해를 적은 후, 방정식과 부등식 문제를 풀어 해를 찾아 짝이 되는 것끼리 서로 변을 맞대어 큰 육각형을 완성하는 퍼즐 게임이다.

수업 정리

- ▶ **학습 확인** 이번 단원에서 배운 내용을 키워드 중심으로 언급하며 정리한다.
- ▶ **개별, 모둠별 활동지 제출** 개별, 모둠별 활동지 및 결과물에 대한 피드백을 한다.

① 삼차방정식과 사차방정식

- (1) 인수정리와 조립제법을 이용하여 인수분해한 후 방정식의 해를 구한다.
- (2) 공통부분이 있으면 그것을 하나의 문자로 치환하여 인수분해한 후 방정식의 해를 구한다.

② 연립이차방정식

미지수가 2개인 연립이차방정식은 인수분해 등을 이용하여 미지수가 1개인 이차방정식으로 고쳐서 푼다.

③ 연립일차부등식

- (1) 두 개 이상의 부등식을 한 쌍으로 묶어서 나타낸 것을 연립부등식이라 하며, 일차부등식으로 이루어진 연립부등식을 연립일차부등식이라고 한다.
- (2) 연립부등식을 풀 때는 연립부등식을 이루고 있는 각 부등식의 해를 구하고, 이들을 한 수직선에 나타내어 그 공통부분을 찾는다.
- (3) 연립부등식 $A < B < C$ 를 풀 때는 $\begin{cases} A < B \\ B < C \end{cases}$ 꼴로 고쳐서 푼다.

④ 절댓값 기호를 포함한 일차부등식

- $a > 0$ 일 때, 절댓값의 뜻에 따라 다음이 성립한다.
- ① $|x| < a$ 이면 $-a < x < a$
 - ② $|x| > a$ 이면 $x < -a$ 또는 $x > a$
- 이와 같은 성질을 이용하여 절댓값 기호를 포함한 부등식을 푼다.

⑤ 이차부등식

- 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a > 0)$ 이
- (1) 서로 다른 두 실근 $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 를 가질 때,
 - ① $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해는 $x < \alpha$ 또는 $x > \beta$ 이다.
 - ② $ax^2 + bx + c < 0$ 의 해는 $\alpha < x < \beta$ 이다.
 - (2) 중근 α 를 가질 때,
 - ① $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해는 $x \neq \alpha$ 인 모든 실수이다.
 - ② $ax^2 + bx + c < 0$ 의 해는 없다.
 - (3) 서로 다른 두 허근을 가질 때,
 - ① $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해는 모든 실수이다.
 - ② $ax^2 + bx + c < 0$ 의 해는 없다.

⑥ 연립이차부등식

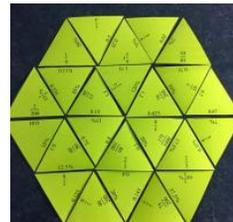
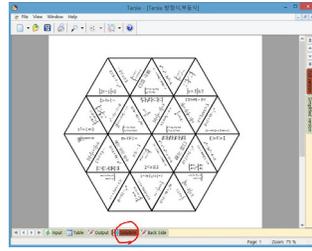
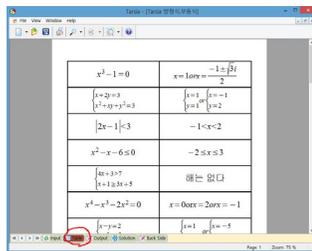
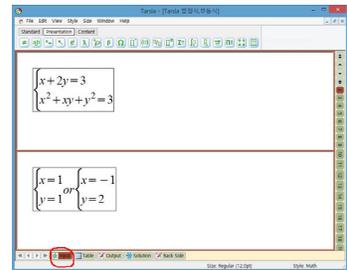
연립이차부등식을 풀 때는 연립부등식을 이루고 있는 각 부등식의 해를 구한 다음 이들의 공통부분을 구한다.

활동 1 방정식과 부등식 정복하기 - 입학사정관 활동

<p>효과</p>	<p>학생들이 학습할 내용을 서로 가르치고 배우는 주도적인 활동을 통해 수업에 적극적으로 참여하게 되고 학습 효과도 높일 수 있다.</p>
<p>준비물</p>	<p>교과서, 대학 팸말</p>
<p>수업 활동</p>	<p>① 입학사정관 활동을 위해 1주일 전에 미리 방정식, 부등식과 관련된 5개 개념에 대한 내용을 학습하고, 입학사정관이 되고 싶은 학생들의 신청을 받는다. 한 개념에 2명까지 신청을 받을 수 있다.</p> <p>※ 입학사정관 활동 - 학생이 주도적으로 다른 학생을 가르치고 평가하는 활동</p> <p>② 입학사정관은 자신이 맡은 개념에 대해 디딤영상과 교과서를 참고하여 먼저 공부하고 교사에게 인증을 받는다. 이때 문제를 푸는 방법도 가르칠 수 있게 한다.</p> <p>③ 수업 시간에 입학사정관은 자신이 맡은 개념과 자신의 대학 팸말을 게시하고 활동을 시작한다. 각 대학은 아이들의 희망을 받아서 정한다.</p> <p>④ 다른 학생들은 각 대학을 돌아다니며 활동을 한다.</p> <p>개념을 이해하고 있는 학생은 교과서 문제 1~2문항을 풀어 통과하면 입학 허가를 받고, 개념을 이해하지 못한 학생은 입학사정관에게 배운 후에 문제를 풀고 입학 허가를 받는다.</p> <p>⑤ 5개 대학의 입학 허가를 모두 받는 것이 목표이다. 입학 허가는 활동지에 도장을 찍어 줄 수도 있고, 각 입학사정관이 입학 허가서를 재미있게 만들어 줄 수도 있다.</p> <p>⑥ 입학 허가를 모두 받은 학생은 '공부의 신'이 되어, 다른 친구들을 적극적으로 가르치는 재능기부 활동을 한다. 공부의 신이 2~3명 이상 생기면 입학사정관은 입학 평가만 하고, 각 개념에 대해 모르는 학생은 공부의 신에게만 배울 수 있다.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div data-bbox="440 1278 997 1591"> <p style="text-align: center;">△ 입학사정관 활동 모습</p> </div> <div data-bbox="1032 1257 1351 1436"> <p style="text-align: center;">△ 대학 팸말</p> </div> <div data-bbox="1032 1491 1341 1661"> <p style="text-align: center;">△ 문제 풀이 모습</p> </div> </div>
<p>유의점</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 입학사정관이 친구들에게 정확한 내용을 가르쳐 줄 수 있도록 반드시 사전에 교사에게 먼저 인증을 받도록 한다. • 수시입학이라는 상황에 대해 고등학교 1학년 학생들이 충분히 재미있게 경험할 수 있도록 학생들 스스로 창의적으로 만드는 재미 요소는 최대한 허용한다.

활동 2 Tarsia puzzle 맞추기

<p>효과</p>	<p>퍼즐 게임을 통해 친구들과 재미있게 놀이를 하면서 여러 가지 방정식과 부등식의 풀이를 연습하고 익힐 수 있다.</p>
<p>준비물</p>	<p>Tarsia puzzle(모듬별 1세트)</p>
<p>수업 활동</p>	<p>〈Tarsia puzzle 만들기〉</p> <ol style="list-style-type: none"> <p>Tarsia puzzle은 삼각형의 각 변에 적혀 있는 것을 서로 관련되는 것끼리 연결하여 큰 도형을 만드는 게임으로, 홈페이지에서 프로그램을 무료로 다운받는다.</p> <p>※ 소프트웨어 다운로드</p> <p>http://www.mmlsoft.com/index.php/products/tarsia</p> <p>메뉴에서 input을 누르고, 문제와 답을 위, 아래에 적어서 총 30개를 만든다.</p> <p>메뉴에서 table과 solution을 누르고, 제대로 입력되어 있는지 확인한 후, 출력한다.</p> <p>출력한 종이를 선을 따라 잘라 24개의 퍼즐 조각을 만든다.</p> <p>〈Tarsia puzzle 맞추기〉</p> <ol style="list-style-type: none"> <p>각 삼각형의 변에 적혀 있는 것 중 방정식과 부등식 문제를 각자 나누어 모듬별로 풀이한다.</p> <p>문제와 해를 연결하여 큰 육각형을 만든다.</p> <p>다른 모듬의 결과와 비교하여 정답을 확인한다.</p> <p>퍼즐 맞추기를 끝낸 모듬은 교과서의 응용 문제를 모듬별로 같이 푼다.</p>
<p>유의점</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 모듬별로 다른 색깔의 색지를 사용하여 퍼즐을 출력한다. • 모듬원 모두가 참여하여 함께 퍼즐 문제를 풀고, 가능하면 한 사람이 각 영역에서 한 종류씩 다양한 문제를 풀도록 한다.



활동 평가지

_____학년 _____반 _____번 이름 _____

① 내용 정리하기

- 오늘 배운 내용
- 가장 중요한 것
- 예를 들면

② 자기 평가하기

평가항목	평가내용	평가		
		상	중	하
내용 이해도	여러 가지 방정식과 부등식의 풀이 방법을 이해하고, 문제를 능숙하게 해결할 수 있는가?			
활동 참여도	모둠 활동에 적극적으로 참여하고 친구들과 소통하여 문제를 해결하였는가?			
	학습 내용을 이해하기 위해 노력하고, 창의적인 생각을 제시하였는가?			

③ 모둠 평가하기

모둠원 이름	좋았던 점	바라는 점

평가 기준 및 유의점

| 평가항목 |

활동	평가항목	모둠				
		1	2	3	4	5
1	여러 가지 방정식과 부등식과 관련된 개념을 이해하고 설명할 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
2	여러 가지 방정식과 부등식 문제를 능숙하게 풀 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
핵심 역량	<ul style="list-style-type: none"> 창의적인 방법으로 문제 해결 방법을 찾고 있는가? 친구들과 협업하여 학습 내용을 정리하고 계산 방법을 이해하였는가? 교과서 내용을 비판적인 사고로 재해석하여 자기 언어로 표현하였는가? 	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				

| 평가 진행시 유의점 |

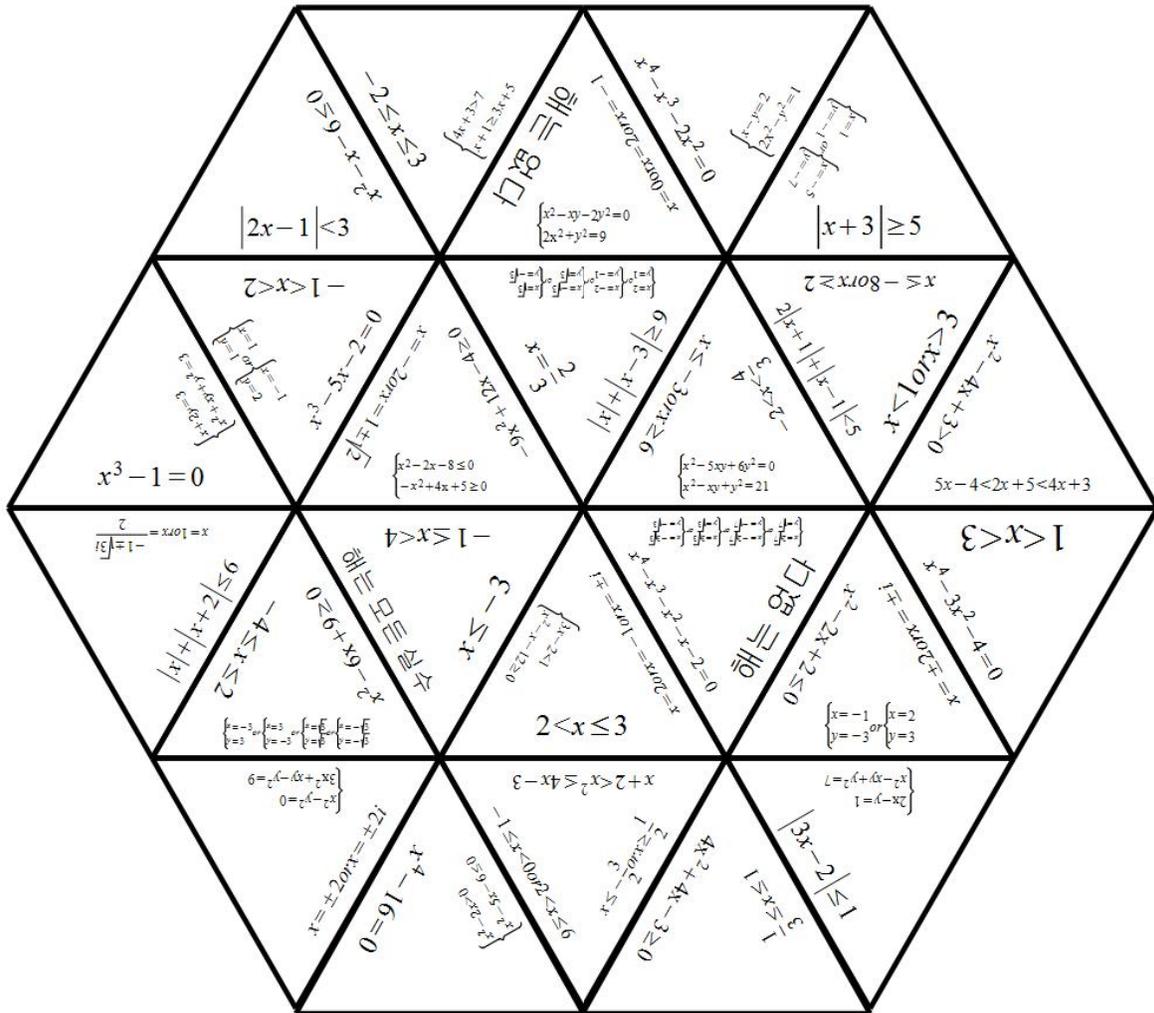
- 모둠원들이 모두 참여하여 각자의 역할을 하고 있는지 확인한다.
- 내용의 이해 정도뿐만 아니라 모둠 활동에 참여하는 태도를 확인한다.

| 학교 생활기록부 기재 예시 |

수준	세부능력 및 특기사항
상	삼차방정식, 사차방정식, 연립이차방정식, 절댓값 기호를 포함한 부등식, 이차부등식, 연립부등식의 풀이 방법을 이해하고, 문제를 능숙하게 해결할 수 있다. 방정식, 부등식, 함수를 통합적인 관점으로 이해하여 함수와 방정식을 이용하여 부등식을 해결하고, 그 수학적 원리를 이해하고 있다.
중	삼차방정식, 사차방정식, 연립이차방정식, 절댓값 기호를 포함한 부등식, 이차부등식, 연립부등식의 풀이 방법을 이해하고, 문제를 해결할 수 있다.
하	삼차방정식, 사차방정식, 연립이차방정식, 절댓값 기호를 포함한 부등식, 이차부등식, 연립부등식의 기본적인 풀이 방법을 이해하고, 문제를 풀 수 있다.

I 활동 참고 자료

● 활동 2의 Tarsia puzzle



활동 진짜 세상에서 방정식, 부등식으로 살아남기 - 수학의 달인

수업 활동

〈교과서 활용 문제 풀이〉

- ① 교과서에 있는 방정식과 부등식의 실생활 활용 문제를 모두 제시한 후 모둠별로 1문항씩 골라서 문제 풀이를 한다.
- ② 담당 문항의 풀이를 완성한 모둠은 해당 문제의 달인 모둠이 되어 다른 모둠이 참고할 수 있도록 모둠 활동지에 풀이 과정을 자세하게 쓴다.
- ③ 각 문제의 달인 모둠은 다른 모둠에서 해당 문제의 풀이를 몰라서 도움을 요청할 때 가르쳐 주도록 한다. 이 과정에서 처음 문제 풀이의 오류가 있는지 확인할 수 있다.
- ④ 모둠별로 한 문제를 해결하면 다른 문제에 계속 도전한다.
- ⑤ 모든 문제를 모든 모둠이 풀면 활동은 종료한다.



△ 수학의 달인 활동 모습

유의점

- 달인 모둠에 풀이 방법에 대한 도움을 요청하기 전에 자기 모둠에서 충분히 토의하여 다양한 문제 해결 방법을 찾기 위해 노력하도록 안내한다.



- 교과서에 있는 활용 문제를 모두 해결하였거나 교과서 문제에 흥미를 느끼지 못한다면 신문이나 인터넷 기사에 실린 상황을 이용하여 문제를 만들고 활동을 할 수도 있다.

III

도형의 방정식

학습 목표

- 좌표평면에서 두 점 사이의 거리를 구해 본다.
- 선분의 내분과 외분을 이해한다.
- 직선과 원의 방정식, 평행이동과 대칭이동을 알아본다.

주제	활동	집필자
08 평면좌표	활동 1 자신의 위치를 찾아라	안성민 (효성여고)
	활동 2 점의 좌표 - 숨은 그림 찾기	
	활동 3 도형의 성질 확인하기	
	마무리 활동 릴레이 퀴즈 풀기	
09 직선의 방정식	활동 1 친구에게 설명하기	안성민 (효성여고)
	활동 2 두 직선의 평행과 수직 - 짝 찾기	
	마무리 활동 돌가고 돌남기	

주제	활동	집필자
10 원의 방정식	활동 1 좌표평면에 주어진 점들로 원의 방정식 구하기	한선희 (매탄고)
	활동 2 전문가 활동으로 일반형을 표준형으로 바꿔바꿔!	
	활동 3 원의 방정식 구하기 능력자 게임	
11 원과 직선의 위치 관계	활동 1 원과 직선의 위치 관계 - 분리수거	
	활동 2 원의 접선의 방정식 구하기 - 빙고 게임	
	활동 3 보석맵으로 원과 직선 정복하기	
	마무리 활동 문제 풀이로 땅 넓히기, 땅 따먹기	
12 평행이동과 대칭이동	활동 1 평행이동과 대칭이동을 찾아라 - 갤러리 투어	
	활동 2 당구공은 어디로 가야 하나? - ST 활동	
	활동 3 도형을 옮기고~ 돌리고!	
	활동 4 암호문을 완성하라!	
	활동 5 평행이동과 대칭이동 이해하기 - 주사위 게임	
	마무리 활동 나만의 픽토그램 - 지식시장	

08

III-1. 평면좌표

평면좌표

학습 목표 · 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.

거꾸로 수업 과정 안내

수업 준비

- ▶ **학습 목표 제시** 이번 단원의 학습 목표를 제시하며, 전후 관련 학습 내용과 연관짓는다.
- ▶ **디딤영상 내용 점검** 디딤영상의 주요 내용을 환기시키며 거꾸로 수업을 준비한다.

수업의 개요

수업 의도

점의 위치는 지도에서의 위치를 표시하기 위해 고안된 것임을 알고 점의 위치를 기준점으로부터 거리를 이용하여 좌표로 나타낼 수 있도록 한다. 또, 주어진 점의 좌표를 이용하여 두 점 사이의 거리를 구할 수 있도록 한다.

활동 1 자신의 위치를 찾아라

기준점에 따라 변하는 자신의 위치를 생각하면서 좌표의 개념을 이해한다.

활동 2 점의 좌표 - 숨은 그림 찾기

두 점 사이의 거리 구하는 공식을 이용하여 문제를 해결한다.

활동 3 도형의 성질 확인하기

도형에 대한 등식이 성립함을 좌표를 이용하여 보이면서 도형 문제를 해결하는 방법을 익힌다.

수업 정리

- ▶ **학습 확인** 이번 단원에서 배운 내용을 키워드 중심으로 언급하며 정리한다.
- ▶ **개별, 모둠별 활동지 제출** 개별, 모둠별 활동지 및 결과물에 대한 피드백을 한다.

디딤영상 주요 내용

① 수직선 위의 두 점 사이의 거리

수직선 위의 두 점 $A(x_1)$, $B(x_2)$ 사이의 거리는 $|x_2 - x_1|$

② 좌표평면 위의 두 점 사이의 거리

(1) 좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 사이의 거리는 $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

(2) 원점 O 와 점 $A(x_1, y_1)$ 사이의 거리는 $\sqrt{x_1^2 + y_1^2}$

활동 1 자신의 위치를 찾아라!

<p>효과</p>	<p>좌표의 개념을 정확히 인지하고, 두 점 사이의 거리 구하는 공식을 이용하여 친구 사이의 거리를 구할 수 있다.</p>																																				
<p>준비물</p>	<p>A4 용지</p>																																				
<p>수업 활동</p>	<p>① 모둠을 해체하고 책상 배열을 다음과 같이 한다.</p> <div style="text-align: center; margin: 20px 0;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr> </table> </div> <p>② 교사가 1명의 학생을 지명하고 그 학생이 있는 자리의 위치를 원점으로 한다.</p> <p>③ 지명된 학생이 있는 자리의 위치를 기준으로 x축, y축, 양의 방향과 음의 방향을 학생들에게 알린다.</p> <p>④ 다른 학생을 지명해서 본인의 위치를 좌표로 말하게 한다.</p> <p>⑤ 기준이 되는 학생을 바꾸어 가면서 본인의 위치의 좌표를 다시 구한다.</p> <p>⑥ 두 명의 학생을 지명해서 두 학생 자리의 위치 사이의 거리를 구한다.</p> <p>⑦ 거리를 구하는 것이 익숙해지면 특정한 조건을 만족하는 자리에 앉아 있는 학생이 있는 자리의 위치를 구한다.</p> <p>예 (1) 한 명을 지목하고 그 학생이 있는 자리의 위치로부터 같은 거리에 있는 학생이 있는 자리의 위치</p> <p style="padding-left: 20px;">(2) y좌표가 x좌표보다 1이 큰 학생이 있는 자리의 위치</p> <p style="padding-left: 20px;">(3) x좌표가 1인 학생이 있는 자리의 위치</p>																																				
<p>유의점</p>	<p>• 자신의 위치를 좌표로 나타내며 원점의 위치에 따라서 자신의 위치가 달라짐을 확인한다.</p>																																				

활동 2 점의 좌표 - 숨은 그림 찾기

효과	두 점 사이의 거리 구하는 공식을 이해하고 이를 이용하여 문제를 해결할 수 있다.
준비물	활동지, A4 용지, 색연필
수업 활동	<ol style="list-style-type: none"> ① 두 점 사이의 거리 구하는 공식을 이용하여 문제를 해결한다. ② 찾은 정답을 주어진 표에서 찾아 색칠한다. ③ 모두 색칠을 하면 그림이 완성된다.
유의점	• 그림을 그리는 것이 목적이 아니고 공식을 이용하여 문제를 해결하는 것이 주된 목적임을 잊지 않게 한다.

활동 3 도형의 성질 확인하기

효과	도형에 대한 등식이 성립함을 좌표를 이용하여 보일 수 있다.
준비물	활동지, 자, 연필
수업 활동	<ol style="list-style-type: none"> ① 삼각형 ABC와 변 BC의 중점인 M을 좌표평면에 나타낸다. ② 두 점 사이의 거리 구하는 공식을 이용해서 각 변의 길이를 구한다. ③ 주어진 등식의 좌변과 우변을 서로 비교한다.
유의점	• 원점을 어느 위치에 잡아도 되지만 계산을 간단히 하기 위해서는 중점 M을 원점으로 해야 함을 알려준다.

활동지3 도형의 성질 확인하기

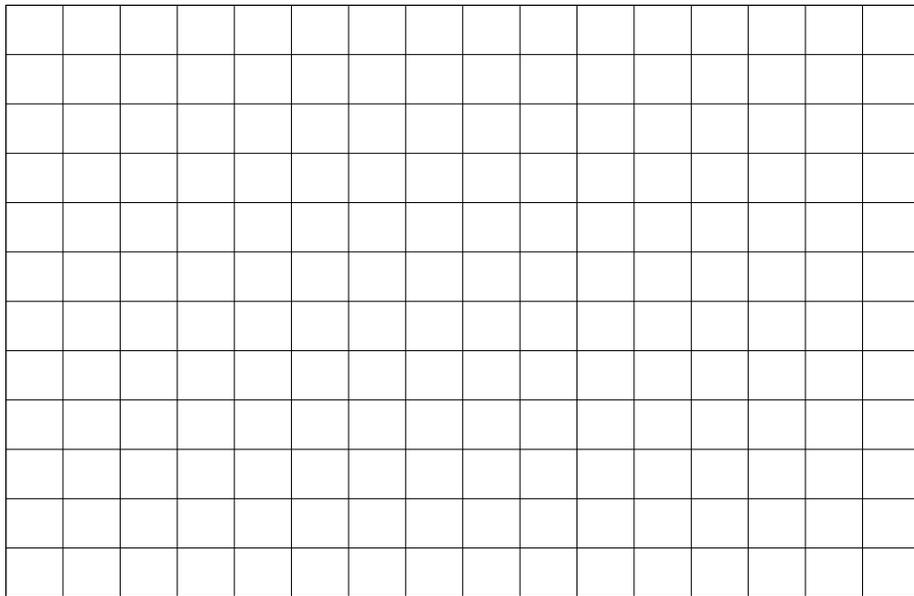
활동 유형	모둠 활동	소요 시간	25분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	좌표를 이용하여 식이 성립함을 보인다.			이름	

삼각형 ABC에서 변 BC의 중점을 M이라 할 때,

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$$

이 성립함을 다음 순서를 따라서 확인해 보자.

- ① 모눈종이에 좌표축을 그린다.
- ② 삼각형 ABC의 세 꼭짓점 A, B, C와 중점 M을 좌표평면에 표시한다.
- ③ 두 점 사이의 거리 구하는 공식을 이용해서 각 변의 길이를 구한다.
- ④ 등식의 좌변과 우변을 서로 비교한다.



활동 평가지

_____ 학년 _____ 반 _____ 번 이름 _____

① 내용 정리하기

- 오늘 배운 내용
- 가장 중요한 것
- 예를 들면

② 자기 평가하기

평가항목	평가내용	평가		
		상	중	하
내용 이해도	두 점 사이의 거리를 구할 수 있는가?			
	두 점 사이의 거리를 구하여 색칠할 수 있는가?			
	도형의 성질이 성립함을 보일 수 있는가?			
활동 참여도	모둠 활동에 적극적으로 참여하고 친구들과 소통하며 문제를 해결하는가?			

③ 모둠 평가하기

모둠원 이름	좋았던 점	바라는 점

평가 기준 및 유의점

| 평가항목 |

활동	평가항목	모둠				
		1	2	3	4	5
1	두 점의 위치를 파악하여 두 점 사이의 거리를 구할 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
2	두 점 사이의 거리를 구하고 주어진 표에서 해당 부분을 찾아 색칠할 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
3	좌표평면에 도형을 나타내고, 점의 좌표를 구하여 도형의 성질이 성립함을 보일 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				

| 평가 진행시 유의점 |

- 활동 중에 모둠원들이 모두 참여하여 각자의 역할을 잘하고 있는지 확인한다.
- 수업 직후에 서로 자신의 역할에 충실했는지 상호평가하는 시간을 갖는다.

| 학교 생활기록부 기재 예시 |

수준	세부능력 및 특기사항
상	두 점 사이의 거리 구하는 공식을 알고, 그 과정을 능숙하게 설명할 수 있다.
중	두 점 사이의 거리 구하는 공식을 알고, 점의 좌표를 이용하여 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.
하	두 점 사이의 거리 구하는 공식을 알고, 간단한 점의 좌표를 이용하여 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.

활동 릴레이 퀴즈 풀기

- ① 각 모둠이 해결해야 할 릴레이 퀴즈 문제지를 준비하기로 정한다.
- ② 각 모둠의 릴레이 순서를 정하고, 순서에 따라 서로 다른 색의 사인펜을 지정한다.
- ③ 전략을 세우고, 복습할 시간을 5분 정도 준다.
- ④ 순서에 따라 한 명씩 돌아가며 주어진 시간 동안 문제를 풀고 다음 순서의 사람이 릴레이를 하듯 계속 이어서 푼다.

- 진행 방법 -

릴레이 순서에 따라 한 명씩 돌아가며 문제를 푼다.

- ① 첫 번째 릴레이 주자가 나와서 1분 동안 1번 문제를 해결한다.
- ② 두 번째 릴레이 주자가 나와서 1분 동안 2번 문제를 해결한다.
(이때 1번 문제를 확인하고, 수정할 수 있다.)
- ③ 세 번째 릴레이 주자가 나와서 1분 동안 3번 문제를 해결한다.
(이때 1, 2번 문제를 확인하고 수정할 수 있다.)

- ⑤ 위 진행을 반복하여 마지막 문제까지 해결한다.
- ⑥ 릴레이 퀴즈 대결이 끝나면 문제를 만든 모둠이 풀이를 확인하고, 틀린 이유를 알려 준다.

수업 활동



△ 릴레이 퀴즈 풀기 진행 상황

유의점

- 문제를 빠르게 풀지 못한다고 친구를 비난하지 않도록 지도한다.
- 순서가 뒤로 갈수록 문제의 난이도를 높여서 구성하는 것이 좋다.

09

III-2. 직선의 방정식

직선의 방정식

- 학습 목표**
- 직선의 방정식을 구할 수 있다.
 - 두 직선의 평행 조건과 수직 조건을 이해한다.
 - 점과 직선 사이의 거리를 구할 수 있다.

거꾸로 수업 과정 안내

수업 준비

- ▶ **학습 목표 제시** 이번 단원의 학습 목표를 제시하며, 전후 관련 학습 내용과 연관짓는다.
- ▶ **디딤영상 내용 점검** 디딤영상의 주요 내용을 환기시키며 거꾸로 수업을 준비한다.

수업의 개요

수업 의도

직선의 방정식을 구하는 방법을 이해하고 친구에게 설명해 봄으로써 의사소통 능력을 기르고, 내용을 확실히 이해할 수 있게 한다. 또한, 두 직선의 위치 관계를 카드 게임을 통해 반복적으로 연습하여 익힐 수 있게 한다.

활동 1 친구에게 설명하기

배운 내용을 다른 친구들에게 설명하고 토의하는 활동을 통해 직선의 방정식을 구하는 방법을 완벽히 이해한다.

활동 2 두 직선의 평행과 수직 - 짝 찾기

두 직선의 방정식을 뽑아 서로 비교하는 활동을 통해 두 직선의 평행 조건과 수직 조건을 익힌다.

수업 정리

- ▶ **학습 확인** 이번 단원에서 배운 내용을 키워드 중심으로 언급하며 정리한다.
- ▶ **개별, 모둠별 활동지 제출** 개별, 모둠별 활동지 및 결과물에 대한 피드백을 한다.

① 직선의 방정식

(1) 한 점과 기울기가 주어진 직선의 방정식

점 (x_1, y_1) 을 지나고 기울기가 m 인 직선의 방정식은

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

특히, 점 (x_1, y_1) 을 지나고 x 축에 평행한 직선의 방정식은

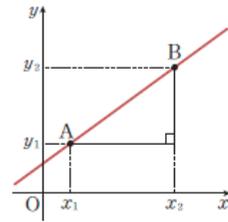
$$y = y_1$$

(2) 두 점을 지나는 직선의 방정식

서로 다른 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 를 지나는 직선의 방정식은

① $x_1 \neq x_2$ 일 때, $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

② $x_1 = x_2$ 일 때, $x = x_1$



(3) x, y 에 대한 일차방정식 $ax + by + c = 0$ 이 나타내는 도형은 직선이다.

② 두 직선의 위치 관계

(1) 두 직선의 평행 조건

두 직선 $y = mx + n$ 과 $y = m'x + n'$ 에서

① 두 직선이 서로 평행하면 $m = m'$, $n \neq n'$ 이다.

② $m = m'$, $n \neq n'$ 이면 두 직선은 서로 평행하다.

(2) 두 직선의 수직 조건

두 직선 $y = mx + n$ 과 $y = m'x + n'$ 에서

① 두 직선이 서로 수직이면 $mm' = -1$ 이다.

② $mm' = -1$ 이면 두 직선은 서로 수직이다.

③ 점과 직선 사이의 거리

점 (x_1, y_1) 과 직선 $ax + by + c = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

특히, 원점과 직선 $ax + by + c = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

활동 1 친구에게 설명하기

효과	직선의 방정식 구하는 방법을 다른 친구들에게 설명해 봄으로써 내용을 완벽히 이해할 수 있다.
준비물	학습 자료, 미니 칠판, 네임펜
수업 활동	<ol style="list-style-type: none"> ① 모둠별로 교실 밖으로 나갈 학생을 한 명씩 정한다. ② 교실에 남아 있는 학생들에게 직선의 방정식을 구하는 방법에 대한 학습 자료를 배부한다. ③ 교실에 남아 있는 학생들은 20분 동안 직선의 방정식을 구하는 방법을 서로 설명하면서 확인한다. ④ 밖에 나가 있던 학생이 다시 자기 모둠으로 돌아와서 나머지 학생들에게 배운다. ⑤ 20분 정도 공부한 후 설명을 들은 학생이 옆 모둠으로 자리를 이동한다. ⑥ 옆 모둠으로 이동한 학생에게 그 모둠에서 골든벨 게임 방식으로 틀린 문제가 나올 때까지 문제를 낸다. ⑦ 맞힌 문제 개수가 원래 모둠의 점수가 된다. 가장 점수가 높은 모둠이 우승한다.
유의점	<ul style="list-style-type: none"> • 밖에 나가 있는 학생에게도 적절한 과제를 제시하도록 한다. • 이동한 옆 모둠의 학생이 문제를 푸는 데 방해가 되지 않게 조용한 분위기에서 게임이 진행되도록 지도한다.

활동 2 짝 찾기

효과	두 직선의 위치 관계를 비교해 봄으로써 두 직선의 평행 조건과 수직 조건을 이해할 수 있다.
준비물	직선 카드
수업 활동	<ol style="list-style-type: none"> ① 2명씩 평행 팀과 수직 팀으로 나눈다. ② 뒷면이 보이도록 카드를 놓고, 각 팀에서 1명이 한 장의 카드만 뒤집는다. ③ 뒤집은 카드 두 장에 적혀 있는 두 직선이 서로 수직이면 수직 팀이 가져가고, 서로 평행하면 평행 팀이 가져간다. 만약 서로 평행도 수직도 아니면 다시 카드를 뒤집어 놓는다. ④ 많은 카드를 가져간 팀이 승리한다.
유의점	<ul style="list-style-type: none"> • 서로 평행도 수직도 아닌 카드를 다시 뒤집어 놓을 때는 원래 위치에 그대로 두도록 한다.

활동지 2 짝 찾기

활동 유형	모둠 활동	소요 시간	25분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	두 직선의 평행 조건과 수직 조건을 이해한다.			이름	

직선 카드

$y = x$	$y = 2x$	$y = 3x$	$y = 4x$
$y = -\frac{1}{2}x$	$y = -\frac{1}{2}x + 1$	$y = -\frac{1}{2}x + 2$	$y = -\frac{1}{2}x - 1$
$y = -x$	$y = -x + 1$	$y = -x + 2$	$y = -x + 3$
$y = -\frac{1}{3}x$	$y = -\frac{1}{3}x + 1$	$y = -\frac{1}{3}x + 2$	$y = -\frac{1}{3}x + 3$
$y = -\frac{1}{4}x$	$y = -\frac{1}{4}x + 1$	$y = -\frac{1}{4}x + 2$	$y = -\frac{1}{4}x - 2$

$y = x + 1$	$y = 2x - 1$	$y = 3x + 2$	$y = 4x + 1$
$y = -\frac{1}{2}x + 4$	$y = -\frac{1}{2}x + 3$	$y = -\frac{1}{2}x - 2$	$y = -\frac{1}{2}x - 5$
$y = -3x$	$y = -2x + 3$	$y = -x - 3$	$y = -x - 2$
$y = -\frac{1}{3}x + 4$	$y = -\frac{1}{3}x - 1$	$y = -\frac{1}{3}x - 2$	$y = -\frac{1}{3}x - 3$
$y = -\frac{1}{4}x + 3$	$y = -\frac{1}{4}x + 4$	$y = -\frac{1}{4}x + 5$	$y = -\frac{1}{4}x - 3$

활동 평가지

_____학년 _____반 _____번 이름 _____

① 내용 정리하기

- 오늘 배운 내용
- 가장 중요한 것
- 예를 들면

② 자기 평가하기

평가항목	평가내용	평가		
		상	중	하
내용 이해도	직선의 방정식을 구하는 방법을 완벽히 이해하고 친구에게 설명하거나 문제를 잘 맞힐 수 있는가?			
	두 직선의 위치 관계를 말할 수 있는가?			
활동 참여도	모둠 활동에 적극적으로 참여하고 친구들과 소통하며 문제를 해결하였는가?			

③ 모둠 평가하기

모둠원 이름	좋았던 점	바라는 점

평가 기준 및 유의점

| 평가항목 |

활동	평가항목	모둠				
		1	2	3	4	5
1	직선의 방정식을 구하는 방법을 이해하고, 친구들에게 잘 설명하거나 문제를 잘 맞혔는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
2	두 직선의 위치 관계를 말할 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				

| 평가 진행시 유의점 |

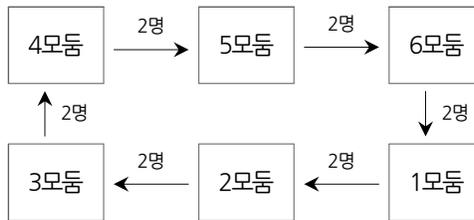
- 활동 중에 모둠원들이 모두 참여하여 각자의 역할을 잘하고 있는지 확인한다.
- 수업 직후에 서로 자신의 역할에 충실했는지 상호평가하는 시간을 갖는다.

| 학교 생활기록부 기재 예시 |

수준	세부능력 및 특기사항
상	다양한 직선의 방정식을 구할 수 있고, 그 과정을 능숙하게 설명할 수 있다.
중	직선의 방정식을 구하는 공식을 알고, 다양한 직선의 방정식을 구할 수 있다.
하	직선의 방정식을 구하는 공식을 알고, 간단한 직선의 방정식을 구할 수 있다.

활동 **돌가고 돌남기**

- ① 교과서의 중단원 연습 문제를 각 모둠에게 나누어 준다.
- ② 각 모둠에서 문제를 해결할 시간을 20분 정도 준다.
- ③ 20분이 지난 후에 각 모둠의 두 명이 시계 방향 옆 모둠으로 이동한다.
예를 들어 1모둠 두 명이 2모둠으로, 2모둠 두 명이 3모둠으로, ..., 6모둠 두 명이 1모둠으로 이동한다.



- ④ 각 모둠에 남아 있는 모둠원은 옆 모둠에서 온 친구에게 자기 모둠에서 푼 문제를 설명한다.
- ⑤ 2~3분 후에 교사의 지시하에 또다시 시계 방향 옆 모둠으로 이동한다.
- ⑥ 전체 모둠을 모두 이동한 후 자기 모둠에 돌아오면 이동하지 않은 나머지 두 명이 시계 방향 옆 모둠으로 이동하며 ③~⑤를 반복한다.
- ⑦ 자기 모둠에 돌아와서 가장 어려운 문제나 틀리기 쉬운 문제에 대하여 서로 이야기한다.
- ⑧ 설명을 가장 잘한 모둠과 설명을 가장 잘 들은 모둠을 선정한다.

수업 활동



△ 돌가고 돌남기 활동 모습

유의점

- 각 모둠에 문제를 나누어 줄 때는 난이도별로 골고루 분배되도록 한다.
- 각 모둠에서 문제를 해결할 때는 모둠 학습도 가능하다.

10

III-3. 원의 방정식

원의 방정식

학습 목표 · 원의 방정식을 구할 수 있다.

거꾸로 수업 과정 안내

수업 준비

- ▶ **학습 목표 제시** 이번 단원의 학습 목표를 제시하며, 전후 관련 학습 내용과 연관짓는다.
- ▶ **디딤영상 내용 점검** 디딤영상의 주요 내용을 환기시키며 거꾸로 수업을 준비한다.

수업의 개요

수업 의도

원의 중심과 원 위의 점 사이의 거리는 항상 반지름의 길이와 같음을 이용하여 원의 방정식을 구하는 과정을 실생활의 예를 통하여 알 수 있도록 한다. 또, 다양한 조건이 주어진 원을 생각해 보고 이 원의 방정식을 구할 수 있도록 한다.

활동 1 좌표평면에 주어진 점들로 원의 방정식 구하기

좌표평면 위에 원의 중심의 좌표와 원 위의 한 점의 좌표가 주어지면 반지름의 길이를 찾아 원의 방정식을 구하고, 원의 지름의 양 끝 점인 두 점의 좌표가 주어지면 중심의 좌표를 찾아 원의 방정식을 구한다.

활동 2 전문가 활동으로 일반형을 표준형으로 바꿔봐!

원의 방정식이 일반형으로 주어졌을 때, 표준형으로 변형하여 원의 중심의 좌표와 반지름의 길이를 구한다.

활동 3 원의 방정식 구하기 능력자 게임

원의 중심의 좌표와 반지름의 길이가 다양하게 주어졌을 때, 이를 이용하여 원의 방정식을 구한다.

수업 정리

- ▶ **학습 확인** 이번 단원에서 배운 내용을 키워드 중심으로 언급하며 정리한다.
- ▶ **개별, 모둠별 활동지 제출** 개별, 모둠별 활동지 및 결과물에 대한 피드백을 한다.

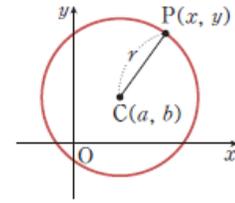
① 원의 방정식

중심이 (a, b) 이고 반지름의 길이가 r 인 원의 방정식은

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

특히, 중심이 원점이고 반지름의 길이가 r 인 원의 방정식은

$$x^2 + y^2 = r^2$$



② 이차방정식 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 이 나타내는 도형

x, y 에 대한 이차방정식 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 은

$$\left(x + \frac{A}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{B}{2}\right)^2 = \frac{A^2 + B^2 - 4C}{4}$$

로 변형된다. 이때 $A^2 + B^2 - 4C > 0$ 이면

$$\text{중심이 } \left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right),$$

$$\text{반지름의 길이가 } \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4C}}{2}$$

인 원을 나타낸다.

③ 여러 가지 조건을 가진 원의 방정식 구하는 방법

(1) 세 점의 좌표가 주어지는 경우:

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0 \text{을 이용한다.}$$

(2) 두 점 A, B를 지름의 양 끝 점으로 하는 경우:

① 원의 중심은 \overline{AB} 의 중점이다.

② 원의 반지름의 길이는 $\frac{1}{2}\overline{AB}$ 이다.

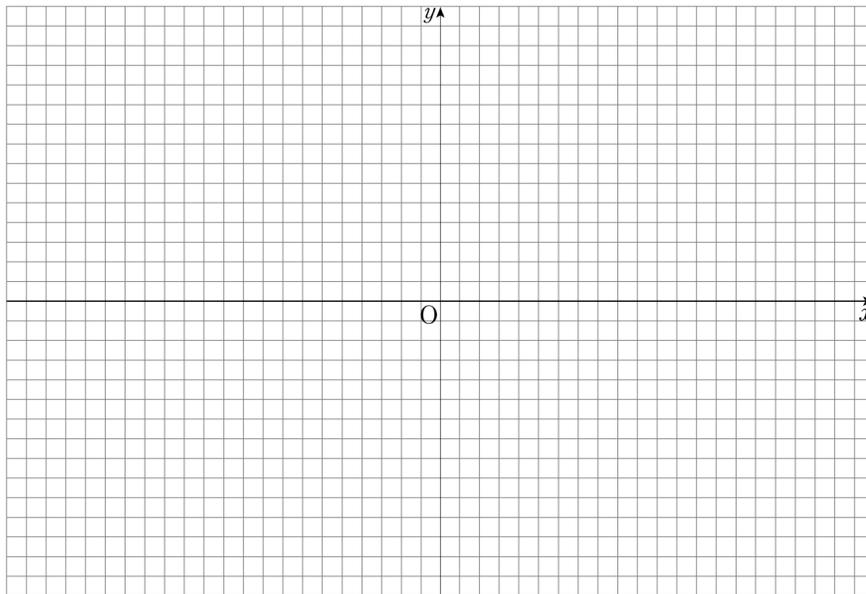
활동 1 좌표평면에 주어진 점들로 원의 방정식 구하기

<p>효과</p>	<p>익숙한 학교 주변 지도를 이용하여 자신의 집의 위치와 주요 거점들의 위치를 이용하여 원의 방정식을 구함으로써 원의 방정식의 개념을 친숙하게 받아들일 수 있다.</p>
<p>준비물</p>	<p>활동지, 컴퍼스, 모뎀별 카드 8장(A4 용지)</p>
<p>수업 활동</p>	<p>① 학교 주변 지도 위에 좌표평면을 나타낸다. ② 지도 위에 학교를 원점 O, 학교 주변의 주요 관공서가 있는 지점을 A, B, C로 나타낸다. 각 위치의 좌표는 그 위치에서 가장 가까운 정수로 이루어진 순서쌍으로 표시한다. ③ 모든 모뎀원의 집 또는 원하는 장소를 표시하고, P, Q, R, S로 나타낸다. 각 위치의 좌표는 그 위치에서 가장 가까운 정수로 이루어진 순서쌍으로 표시한다. ④ A4 용지를 8등분하여 모뎀별 1세트 8장의 카드를 만든다. 8장의 카드 위에 O, A, B, C, P, Q, R, S의 좌표를 하나씩 적는다. ⑤ 다음 순서대로 활동을 진행한다.</p> <p>< 1 라운드 > 8장의 카드에서 한 사람당 2장씩 뽑는다. 첫 번째 카드의 점은 중심, 두 번째 카드의 점은 원 위의 한 점으로 하는 원의 방정식을 구한다. 구한 원의 방정식을 이용하여 좌표평면 위에 원을 그린다. 활동지를 오른쪽으로 돌려 모뎀 내에서 채점하고 서로 도와가며 오답을 수정할 수 있도록 한다.</p> <p>< 2 라운드 > 8장의 카드에서 한 사람당 2장씩 뽑는다. 두 점을 지름의 양 끝 점으로 하는 원의 방정식을 구한다. 구한 원의 방정식을 이용하여 좌표평면 위에 원을 그린다. 활동지를 오른쪽으로 돌려 모뎀 내에서 채점하고 서로 도와가며 오답을 수정할 수 있도록 한다.</p>
<p>유의점</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 원점(학교)과 주요 관공서가 있는 지점은 미리 교사가 제시하는 것이 좋다. • 채점하는 과정에서 서로 도와가면서 해결할 수 있는 시간을 최대한 제공한다.

활동지 1 좌표평면에 주어진 점들로 원의 방정식 구하기

활동 유형	모둠 활동	소요 시간	25분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	점의 좌표를 이용하여 원의 방정식을 구한다.			이름	

- 1 학교 주변 지도 위에 다음과 같이 좌표평면을 나타낸다. 학교를 원점 O , 주요 관공서가 있는 지점을 A, B, C 로 표시하고 A, B, C 의 좌표를 써 보자.
모든 모듬원의 집의 위치 또는 원하는 위치를 P, Q, R, S 로 표시하고 P, Q, R, S 의 좌표를 써 보자.
(단, 해당 위치의 좌표는 그 위치에서 가장 가까운 정수로 이루어진 순서쌍으로 표시한다.)



- 2 모듬별로 주어진 8장의 카드 위에 O, A, B, C, P, Q, R, S 의 좌표를 하나씩 적어 보자.
- 3 다음 순서에 따라 활동을 해 보자.

〈 1 라운드 〉 8장의 카드에서 한 사람당 2장씩 뽑아 첫 번째 카드의 좌표는 원의 중심, 두 번째 카드의 좌표는 원 위의 한 점으로 하는 원의 방정식을 구한다. 또, 좌표평면 위에 원을 그린다.

〈 2 라운드 〉 8장의 카드에서 한 사람당 2장씩 뽑아 두 점을 지름의 양 끝 점으로 하는 원의 방정식을 구한다. 또, 좌표평면 위에 원을 그린다.

활동 2 전문가 활동으로 일반형을 표준형으로 바꿔바꿔

<p>효과</p>	<p>원의 방정식이 일반형으로 주어졌을 경우에 원의 중심의 좌표와 반지름의 길이를 구하는 문제를 함께 해결하고 서로 가르치기 활동을 통해 자신감을 키우고 적극적으로 수업에 임할 수 있다.</p>																																
<p>준비물</p>	<p>활동지, 포켓 보드(미니칠판), 네임펜, 모둠별 문제</p>																																
<p>수업 활동</p>	<p>① 수준을 고려하여 모둠을 구성하고 능력자끼리 모아 재구성하되 본인의 의견을 최대한 반영한다.</p> <p>② 모둠별로 수준을 고려하여 활동지를 구성하고 포켓 보드에 문제 풀이를 한다.</p> <p>③ 원의 방정식을 일반형으로 바꾸는 과정 및 원의 중심의 좌표와 반지름의 길이를 구하는 과정을 모둠 내에서 공유하는 시간을 갖는다. 모둠별 문제는 모두 전문가가 될 수 있도록 준비한다.</p> <p>④ 각 문제별 전문가가 되어 <돌가고 돌남기> 활동으로 포켓 보드와 활동지를 들고 다음 표와 같이 이동한다. (단, 1모듬의 입장을 노란색 망으로 표시하였다.)</p> <table border="1" data-bbox="469 768 1373 966"> <thead> <tr> <th></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> <th>7</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>1차 이동</th> <td>7</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> </tr> <tr> <th>2차 이동</th> <td>6</td> <td>7</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <th>3차 이동</th> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> </tbody> </table> <p>⑤ 남아 있는 전문가와 이동해 온 전문가는 서로의 문제를 설명하고 활동지에 정리한다. 충분히 자신의 방법을 설명할 수 있도록 여유 있게 시간을 제공한다.</p> <p>⑥ 3차 이동까지 완료되면 이동한 전문가는 자신의 모듬의 문제를 제외하고 3문제, 남아 있는 전문가도 자신의 모듬의 문제를 제외하고 3문제의 지식을 얻게 된다.</p> <p>⑦ 각자의 모듬으로 돌아와서 새로 얻은 지식(문제)을 공유한다.</p> <p>⑧ 해당 포켓 보드는 교실 칠판에 게시하고 부족한 부분을 보충할 수 있도록 한다. 활동이 완료된 후 최고의 전문가, 최고의 학생을 투표로 결정한다.</p>		1	2	3	4	5	6	7	1차 이동	7	1	2	3	4	5	6	2차 이동	6	7	1	2	3	4	5	3차 이동	5	6	7	1	2	3	4
	1	2	3	4	5	6	7																										
1차 이동	7	1	2	3	4	5	6																										
2차 이동	6	7	1	2	3	4	5																										
3차 이동	5	6	7	1	2	3	4																										
<p>유의점</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 난이도를 고려하여 모듬에 맞게 문제를 제공하여 모두가 전문가가 되도록 자신감을 키워준다. • 서로 설명하게 하고 설명을 들은 후 서로 질문하도록 안내한다. 																																



△ 포켓 보드에 문제 풀이하기



△ 포켓 보드를 칠판에 게시하기

활동지 2 전문가 활동으로 일반형을 표준형으로 바꿔봐!

활동 유형	모둠 활동	소요 시간	25분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	원의 방정식을 일반형에서 표준형으로 변형하여 다양한 문제를 해결할 수 있다.			이름	

모둠별 예시 문제

다음 원의 중심의 좌표와 반지름의 길이를 구하시오.

$$x^2 + y^2 - 4x = 0$$

중심의 좌표: (2, 0), 반지름의 길이: 2

다음 원의 중심의 좌표와 반지름의 길이를 구하시오.

$$x^2 + y^2 - 2x - 6y + 1 = 0$$

중심의 좌표: (1, 3), 반지름의 길이: 3

다음 원의 중심의 좌표와 반지름의 길이를 구하시오.

$$x^2 + y^2 - 8y = 0$$

중심의 좌표: (0, 4), 반지름의 길이: 4

다음 원의 중심의 좌표와 반지름의 길이를 구하시오.

$$x^2 + y^2 - 4x + 8y + 11 = 0$$

중심의 좌표: (2, -4), 반지름의 길이: 3

방정식 $x^2 + y^2 + 2x - y + k = 0$ 이 원을 나타내도록 실수 k 의 값의 범위를 정하시오.

$$k < \frac{5}{4}$$

원 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 의 중심이 x 축 위에 있을 조건을 말하시오.

$$B=0, A^2-4C>0$$

원 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 이 x 축, y 축에 모두 접할 조건을 말하시오.

$$A=B, A^2=4C$$

활동 3 원의 방정식 구하기 능력자 게임

<p>효과</p>	<p>모둠원이 함께 다양한 유형의 문제를 풀어 봄으로써 원의 방정식을 구하는데 친숙해질 수 있다. 모든 학생들이 자신의 문제를 끝까지 해결해야 하는 상황을 제시하므로 책임감을 갖고 문제를 해결할 수 있다.</p>																																																																																										
<p>준비물</p>	<p>활동지, 보드판(또는 B4 용지), 네임펜, 점수판</p>																																																																																										
<p>수업 활동</p>	<ol style="list-style-type: none"> ① 4인 1개 모듬의 총 8개 모듬으로 각 모듬원의 수준별로 능력자(1, 2, 3, 4)를 정한다. ② 교과서에 있는 유형으로 원의 방정식을 구하는 문제를 활동지에 함께 상의하면서 풀어 보는 시간을 갖는다. ③ 시간이 완료되면 제4능력자부터 모듬에서 1명씩 일어나 선생님이 칠판에 적는 문제를 보드판에 붙 후, 보드판을 머리 위로 올린다. <ul style="list-style-type: none"> - 문제를 해결하고 답을 구했을 때 획득할 수 있는 점수 배점은 가장 먼저 해결한 모듬부터 순서대로 다음과 같다. 첫 번째 모듬: 8점, 두 번째 모듬: 7점, 세 번째 모듬: 6점, 네 번째 모듬: 5점 ④ 아직 해결하지 못한 남은 4개의 모듬에게 선생님이 비슷한 유형의 문제를 다시 제시하고 제4 능력자들은 문제를 보드판에 붙 후, 보드판을 머리 위로 올린다. <ul style="list-style-type: none"> - 추가 문제를 해결하고 답을 구했을 때 획득할 수 있는 점수 배점은 가장 먼저 해결한 모듬부터 순서대로 다음과 같다. 첫 번째 모듬: 4점, 두 번째 모듬: 3점, 세 번째 모듬: 2점, 네 번째 모듬: 1점 ⑤ ③~④와 같은 방법으로 제3능력자, 제2능력자, 제1능력자에게 제시한다. ⑥ 시간이 허락되는 범위에서 2회 실시한다. ⑦ 모두 완료되면 각 모듬별 총점을 계산하여 점수가 가장 높은 4개 모듬에 상을 준다. <p style="text-align: center;">□ 점 수 판 □</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left;">능력자 점수 \ 모듬</th> <th>1모듬</th> <th>2모듬</th> <th>3모듬</th> <th>4모듬</th> <th>5모듬</th> <th>6모듬</th> <th>7모듬</th> <th>8모듬</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>제1능력자</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>제2능력자</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>제3능력자</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>제4능력자</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>제1능력자</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>제2능력자</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>제3능력자</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>제4능력자</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>총점</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>	능력자 점수 \ 모듬	1모듬	2모듬	3모듬	4모듬	5모듬	6모듬	7모듬	8모듬	제1능력자									제2능력자									제3능력자									제4능력자									제1능력자									제2능력자									제3능력자									제4능력자									총점								
능력자 점수 \ 모듬	1모듬	2모듬	3모듬	4모듬	5모듬	6모듬	7모듬	8모듬																																																																																			
제1능력자																																																																																											
제2능력자																																																																																											
제3능력자																																																																																											
제4능력자																																																																																											
제1능력자																																																																																											
제2능력자																																																																																											
제3능력자																																																																																											
제4능력자																																																																																											
총점																																																																																											
<p>유의점</p>	<p>• 모든 능력자들이 자신의 문제를 끝까지 해결해야 하는 상황에서 모듬원들의 협력을 자연스럽게 유도 하도록 한다.</p>																																																																																										

활동지3 원의 방정식 구하기 능력자 게임

활동 유형	모듬 활동	소요 시간	35분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	주어진 조건을 만족시키는 원의 방정식을 구한다.			이름	

문제 카드 예시

제1능력자용

세 점 A(-5, 0), B(1, 2), C(-3, 4)를
지나는 원의 방정식

$$x^2 + y^2 + 4x - 2y - 5 = 0$$

세 점 A(-1, 0), B(0, 2), C(2, 1)을
지나는 원의 방정식

$$x^2 + y^2 - x - y - 2 = 0$$

제2능력자용

두 점 A(-2, 1), B(4, 5)를 지름의 양 끝
점으로 하는 원의 방정식

$$(x-1)^2 + (y-3)^2 = 13$$

두 점 A(5, -3), B(-3, 5)를 지름의
양 끝 점으로 하는 원의 방정식

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 32$$

제3능력자용

중심이 원점이고 점 (3, 4)를 지나는 원의 방
정식

$$x^2 + y^2 = 25$$

중심의 좌표가 (0, 2)이고 점 (4, 4)를 지나
는 원의 방정식

$$x^2 + (y-2)^2 = 20$$

제4능력자용

중심의 좌표가 (2, -1)이고 반지름의 길이
가 3인 원의 방정식

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$$

중심이 원점이고 반지름의 길이가 2인 원의
방정식

$$x^2 + y^2 = 4$$

활동 평가지

_____학년 _____반 _____번 이름 _____

① 내용 정리하기

- 오늘 배운 내용

- 가장 중요한 것

- 예를 들면

② 자기 평가하기

평가항목	평가내용	평가		
		상	중	하
내용 이해도	점의 좌표를 이용하여 원의 중심과 반지름의 개념을 이해하고, 원의 방정식으로 표현할 수 있는가?			
	원의 방정식의 일반형과 표준형으로 변형하는 활동을 통해 원의 중심의 좌표와 반지름의 길이를 구할 수 있는가?			
	다양한 조건으로 주어진 원의 방정식을 구할 수 있는가?			
활동 참여도	모둠 활동에 적극적으로 참여하고 친구들과 협력하여 문제를 해결하였는가?			
	학습 내용을 이해하고 문제 해결에 창의적인 방법을 제시하여 문제를 해결하는 데 도움을 주었는가?			

③ 모둠 평가하기

모둠원 이름	좋았던 점	바라는 점

평가 기준 및 유의점

| 평가항목 |

활동	평가항목	모둠				
		1	2	3	4	5
1	좌표평면 위의 점의 좌표를 찾고 이를 원의 방정식을 구하는 데 활용하였는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
2	원의 방정식의 일반형과 표준형으로부터 원의 중심의 좌표와 반지름의 길이를 구할 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
3	다양한 조건으로 주어진 원의 방정식을 구할 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
핵심 역량	<ul style="list-style-type: none"> 창의적인 문제 해결 방법을 찾고 있는가? 친구들과 소통하고 협업하여 학습 내용을 정리하고 있는가? 교과서 내용을 비판적인 사고로 재해석하여 자기 언어로 표현하고 있는가? 	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				

| 평가 진행시 유의점 |

- 모둠원들이 모두 참여하여 각자의 역할을 하고 있는지 확인한다.
- 원의 방정식의 원리를 이해하고 식을 구하는 과정을 잘 서술하는지 확인한다.
- 모둠 활동 내에서 도움을 주는 학생들을 관찰하고 이를 피드백해 주는 시간을 갖는다.

| 학교 생활기록부 기재 예시 |

수준	세부능력 및 특기사항
상	원의 뜻으로부터 원의 방정식을 만들 수 있고, 다양한 조건에서 원의 방정식을 구할 수 있다.
중	원의 방정식의 일반형으로부터 원의 중심의 좌표와 반지름의 길이를 구할 수 있다.
하	원의 방정식의 표준형으로부터 원의 중심의 좌표와 반지름의 길이를 구할 수 있다.

11

III-3. 원의 방정식

원과 직선의 위치 관계

학습 목표 · 좌표평면에서 원과 직선의 위치 관계를 이해한다.

거꾸로 수업 과정 안내

수업 준비

- ▶ **학습 목표 제시** 이번 단원의 학습 목표를 제시하며, 전후 관련 학습 내용과 연관짓는다.
- ▶ **디딤영상 내용 점검** 디딤영상의 주요 내용을 환기시키며 거꾸로 수업을 준비한다.

수업의 개요

수업 의도

게임과 보석맵 활동 등을 통해 원과 직선 사이의 위치 관계를 파악하고, 여러 가지 조건으로 주어진 접선의 방정식을 구하는 방법을 흥미롭게 익힐 수 있게 한다.

활동 1 원과 직선의 위치 관계 - 분리수거

원과 직선 카드를 하나씩 골라 원과 직선의 위치 관계에 따라 분리수거함에 넣어 봄으로써 원과 직선의 위치 관계를 파악하는 활동이다.

활동 2 원의 접선의 방정식 구하기 - 빙고 게임

빙고 게임을 통해 주어진 원의 접선의 방정식을 구하는 활동을 친구들과 해 보면서 원의 접선의 방정식을 구하는 방법을 익힌다.

활동 3 보석맵으로 원과 직선 정복하기

원의 방정식부터 원과 직선의 위치 관계 및 접선의 방정식까지 단원 전체의 내용을 체계적으로 익힌다.

수업 정리

- ▶ **학습 확인** 이번 단원에서 배운 내용을 키워드 중심으로 언급하며 정리한다.
- ▶ **개별, 모둠별 활동지 제출** 개별, 모둠별 활동지 및 결과물에 대한 피드백을 한다.

디딤영상 주요 내용

① 원과 직선의 위치 관계

원의 방정식 $x^2 + y^2 = r^2$ 에 직선의 방정식 $y = mx + n$ 을 대입하여 얻은 이차방정식의 판별식을 D 라 하면, 원과 직선의 위치 관계는 다음과 같다.

- ① $D > 0$ 이면 서로 다른 두 점에서 만난다.
- ② $D = 0$ 이면 한 점에서 만난다.(접한다.)
- ③ $D < 0$ 이면 만나지 않는다.

② 원의 접선의 방정식

- (1) 원 $x^2 + y^2 = r^2$ 에 접하고 기울기가 m 인 직선의 방정식은 $y = mx \pm r\sqrt{m^2 + 1}$
- (2) 원 $x^2 + y^2 = r^2$ 위의 점 $P(x_1, y_1)$ 에서의 접선의 방정식은 $x_1x + y_1y = r^2$

활동 1 원과 직선의 위치 관계 - 분리수거

효과	원과 직선 카드를 뽑아 원과 직선의 위치 관계를 파악하고 분리수거함에 직접 붙이는 활동을 통해 원과 직선의 위치 관계를 정확히 인지할 수 있다.																		
준비물	원과 직선 선택카드, 개인별 분리수거카드, 분리수거함, 가위, 스카치 테이프																		
수업 활동	<p>① 원 선택카드와 직선 선택카드를 서로 다른 색깔의 색지에 모둠 수만큼 인쇄한다.</p> <p>② 원 선택카드, 직선 선택카드, 분리수거함을 각 모둠별로 나누어 준다.</p> <p>③ 개인별 분리수거카드(서로 다른 색깔의 색지 2장씩)를 나누어 준다.</p> <p>④ 나누어 준 원 선택카드와 직선 선택카드를 가위로 잘라 선택카드를 준비한다.</p> <p>⑤ 모둠별 분리수거함을 가운데에 놓고 1명씩 돌아가며 선택카드 중 원과 직선을 각각 2장씩 뽑는다.</p> <p>⑥ 개인별 분리수거카드에 선택한 원, 직선을 쓰고 위치 관계를 파악하여 적는다. (1인당 2장)</p> <p style="text-align: center;">〈개인별 분리수거카드 예시〉</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 33%; text-align: center;">선택 카드</td> <td style="width: 33%; text-align: center;">원 $x^2 + y^2 = 8$</td> <td style="width: 33%; text-align: center;">직선 $y = x + 3$</td> <td style="width: 33%; text-align: center;">선택 카드</td> <td style="width: 33%; text-align: center;">원 $x^2 + y^2 = 1$</td> <td style="width: 33%; text-align: center;">직선 $x + y = 4$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">풀이 과정</td> <td colspan="2" style="text-align: center;"> $x^2 + (x+3)^2 = 8$ $2x^2 + 6x + 1 = 0$ $\frac{D}{4} = 3^2 - 2 \times 1 = 7 > 0$ </td> <td style="text-align: center;">풀이 과정</td> <td colspan="2" style="text-align: center;"> $x^2 + (4-x)^2 = 1$ $2x^2 - 8x + 15 = 0$ $\frac{D}{4} = (-4)^2 - 2 \times 15 = -14 < 0$ </td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">결과</td> <td colspan="2" style="text-align: center;">원과 직선은 서로 다른 두 점에서 만난다.</td> <td style="text-align: center;">결과</td> <td colspan="2" style="text-align: center;">원과 직선은 만나지 않는다.</td> </tr> </table> <p>⑦ 분리수거카드는 원과 직선의 위치 관계의 결과에 따라 해당 분리수거함 아래에 붙인다.</p> <p>⑧ 모든 모듬원의 분리수거가 끝나면 해당 분리수거함을 함께 점검한다. 분리수거가 잘못된 카드는 다시 분리수거를 한다.</p>	선택 카드	원 $x^2 + y^2 = 8$	직선 $y = x + 3$	선택 카드	원 $x^2 + y^2 = 1$	직선 $x + y = 4$	풀이 과정	$x^2 + (x+3)^2 = 8$ $2x^2 + 6x + 1 = 0$ $\frac{D}{4} = 3^2 - 2 \times 1 = 7 > 0$		풀이 과정	$x^2 + (4-x)^2 = 1$ $2x^2 - 8x + 15 = 0$ $\frac{D}{4} = (-4)^2 - 2 \times 15 = -14 < 0$		결과	원과 직선은 서로 다른 두 점에서 만난다.		결과	원과 직선은 만나지 않는다.	
선택 카드	원 $x^2 + y^2 = 8$	직선 $y = x + 3$	선택 카드	원 $x^2 + y^2 = 1$	직선 $x + y = 4$														
풀이 과정	$x^2 + (x+3)^2 = 8$ $2x^2 + 6x + 1 = 0$ $\frac{D}{4} = 3^2 - 2 \times 1 = 7 > 0$		풀이 과정	$x^2 + (4-x)^2 = 1$ $2x^2 - 8x + 15 = 0$ $\frac{D}{4} = (-4)^2 - 2 \times 15 = -14 < 0$															
결과	원과 직선은 서로 다른 두 점에서 만난다.		결과	원과 직선은 만나지 않는다.															
유의점	<ul style="list-style-type: none"> • 분리수거가 가능한 원과 직선의 방정식을 각 모듬 내에서 자유롭게 정해서 활동을 진행할 수도 있다. • 모듬 친구들과 자유롭게 묻고 대답하기를 할 수 있도록 분위기를 만들어 준다. 																		

활동지 1 원과 직선의 위치 관계 - 분리수거

활동 유형	모듬 활동	소요 시간	25분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	원과 직선의 위치 관계를 이해한다.			이름	

원 선택카드

$x^2 + y^2 = 1$	$x^2 + y^2 = 8$
$x^2 + y^2 - 6y = 0$	$x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$
$x^2 + y^2 - 2y = 8$	$x^2 + y^2 + 2x = 0$

직선 선택카드

$y = x + 3$	$x + y = 4$
$y = -x + 2$	$y = 2x + 3$
$x + y + 2 = 0$	$x + 3y + 1 = 0$

활동 2 원의 접선의 방정식 구하기 - 빙고 게임

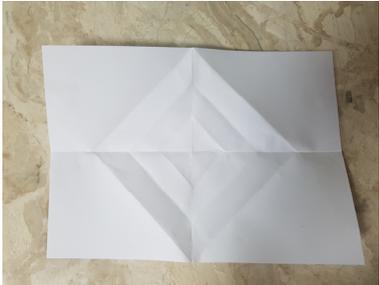
<p>효과</p>	<p>게임을 하면서 다양한 조건으로 주어진 원의 접선의 방정식을 구하는 활동을 반복 연습하여 원의 접선의 방정식을 구하는 방법을 자연스럽게 익힐 수 있다.</p>
<p>준비물</p>	<p>활동지(빙고판 포함), 색연필</p>
<p>수업 활동</p>	<ol style="list-style-type: none"> ① 모둠원들끼리 원의 접선의 방정식을 구하는 여러 가지 공식을 적용하는 연습 시간을 갖는다. ② 모둠원 전체가 원의 접선의 방정식을 구하는 문제의 쪽수와 문제 번호를 주어진 빙고판의 빈칸에 무작위로 채운다. ③ 모둠원이 가위바위보로 번호를 부를 순서를 정한 후 자기 빙고판에 유리한 번호를 부르면서 활동지에 문제를 푼다. ④ 나머지 모둠원도 함께 문제를 푼다. ⑤ 문제를 풀면 자기의 빙고판에 ×표시를 하고, 문제를 풀지 못하면 다른 모둠원과 협력하여 문제를 해결할 수 있으나 풀지 못하면 ×표시를 하지 못한다. ⑥ 공통된 문제가 있을 경우 같이 문제를 해결하고 빙고판에 ×표시를 할 수 있다. ⑦ 3빙고가 나올 때까지 계속 진행한다. <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;">  <p>△ 개별 학습지에 문제 푸는 모습</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>△ 빙고 게임 진행 모습</p> </div> </div>
<p>유의점</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 게임의 형태로 이루어지는 활동에 대해 모둠원들 모두가 문제 풀이에 적극적으로 참여할 수 있도록 유도한다. • 모둠원끼리 서로 협력하면서 문제를 해결하는 것에도 의미가 있음을 인식시킨다. • 모둠 내에서 승리한 모둠원에게 보상의 기회를 제공한다.

활동지 2 원의 접선의 방정식 구하기 - 빙고 게임

활동 유형	모둠 활동	소요 시간	35분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	원의 접선의 방정식을 구할 수 있다.			이름	

<p>① 오른쪽 빙고판의 각 칸에 문제 쪽수와 문제 번호 9개를 무작위로 채우고, 모둠원이 가위바위보로 순서를 정한다.</p> <p>② 자기 빙고판에 유리한 번호를 부르면서 아래의 빈칸에 문제를 푼다.</p> <p>③ 3빙고가 나올 때까지 계속 진행한다.</p>	<p>〈빙고판〉</p> <table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td style="width: 33px; height: 33px;"></td><td style="width: 33px; height: 33px;"></td><td style="width: 33px; height: 33px;"></td></tr> <tr><td style="width: 33px; height: 33px;"></td><td style="width: 33px; height: 33px;"></td><td style="width: 33px; height: 33px;"></td></tr> <tr><td style="width: 33px; height: 33px;"></td><td style="width: 33px; height: 33px;"></td><td style="width: 33px; height: 33px;"></td></tr> </table>									
문제:										
풀이										
문제:	문제:									
풀이	풀이									
문제:	문제:									
풀이	풀이									
문제:	문제:									
풀이	풀이									
문제:	문제:									
풀이	풀이									

활동 3 보석맵으로 원과 직선 정복하기

<p>효과</p>	<p>원의 방정식 단원의 전체적인 내용을 정리해 보는 활동으로 보석맵을 이용하여 서로 가르치고 배우며 체계적으로 익힐 수 있다.</p>
<p>준비물</p>	<p>A3 용지, 사인펜 모둠별 4색</p>
<p>수업 활동</p>	<p>① 모둠별로 A3 용지를 가로, 세로로 접어 4개의 구역을 만든 후 그림처럼 세 번 접어 보석맵을 만든다.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> <p>② 보석맵은 4개의 구역, 4개의 영역으로 구분되며 세로 방향으로 잡아 올리면 하트 모양이 나온다.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> <p>③ 모둠원은 각자 다른 자신의 색 사인펜을 사용하고, 각 구역과 각 영역에는 한 가지 색만 사용한다.</p> <p>④ 각 구역에서 보석맵 4단계를 만드는 순서는 다음과 같다. 이때 [1단계]는 가장 안쪽의 영역에서 시작하고, 단계가 올라갈수록 바깥쪽 방향으로 영역을 넓혀가며 적는다.</p> <p>[1단계] 원의 중심의 좌표와 반지름의 길이 적기</p> <p>[2단계] [1단계]에 주어진 원의 중심과 반지름의 길이로 원의 방정식을 구하고, 임의의 직선의 방정식을 하나 적기</p> <p>[3단계] [2단계]에서 구한 원과 직선의 위치 관계 구하기</p> <p>[4단계] [2단계]에서 구한 원과 직선을 그래프로 표현하고 [3단계]에서 구한 위치 관계 확인하기</p> <p>⑤ 자신의 앞에 놓인 구역에 단계별로 계산한 결과를 해당 영역에 적는다.</p> <p>⑥ 보석맵을 90° 돌려서 두 번째 구역, 다시 90° 돌려서 세 번째 구역, 다시 90° 돌려서 네 번째 구역을 채운다.</p> <p>⑦ 다시 90° 돌려서 자신이 첫 번째 구역의 전체 내용을 확인하고 공유한다.</p>
<p>유의점</p>	<p>• 보석맵 활동에서는 자신의 단계에서 충실히 역할을 해야만 다음 단계로 진행할 수 있다는 것을 강조하고, 문제를 해결하기 어려워하는 모둠원은 다른 모둠원에게 배울 수 있도록 안내한다.</p>

활동 평가지

_____학년 _____반 _____번 이름 _____

① 내용 정리하기

- 오늘 배운 내용
- 가장 중요한 것
- 예를 들면

② 자기 평가하기

평가항목	평가내용	평가		
		상	중	하
내용 이해도	원과 직선의 위치 관계를 바르게 파악할 수 있는가?			
	다양한 조건으로 주어진 원의 접선의 방정식을 구할 수 있는가?			
활동 참여도	모둠 활동에 적극적으로 참여하고 친구들과 협력하여 문제를 해결하였는가?			
	학습 내용을 이해하고 창의적인 방법을 제시하여 문제 해결에 도움을 주었는가?			

③ 모둠 평가하기

모둠원 이름	좋았던 점	바라는 점

평가 기준 및 유의점

| 평가항목 |

활동	평가항목	모둠				
		1	2	3	4	5
1	원과 직선의 위치 관계를 이해하고, 식으로 표현하여 판단할 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
2	여러 가지 조건이 주어질 때의 원의 접선의 방정식을 구할 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
3	원과 직선의 방정식 및 다양한 조건이 주어질 때, 원의 방정식에 대한 전반적인 문제를 해결할 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				

| 평가 진행시 유의점 |

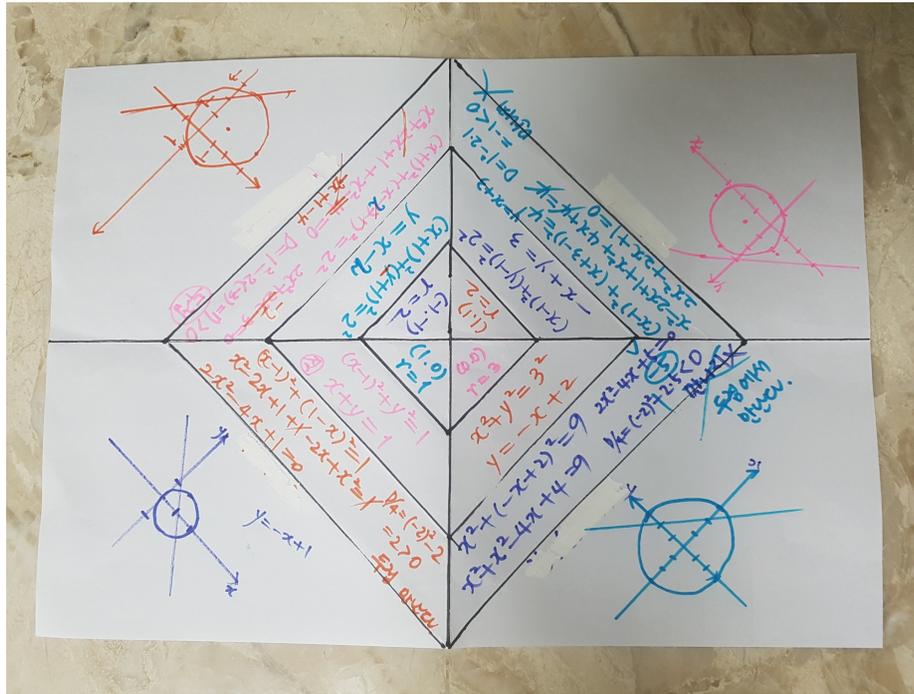
- 모둠원들이 모두 참여하여 각자의 역할을 하고 있는지 확인한다.
- 원과 직선의 위치 관계를 이해하고 식을 구하는 과정을 잘 서술하였는지 확인한다.
- 원의 접선의 방정식을 주어진 상황에 맞게 적절히 구할 수 있는지 확인한다.
- 모둠 활동 내에서 도움을 주는 학생들을 관찰하고 이를 피드백해 주는 시간을 갖는다.

| 학교 생활기록부 기재 예시 |

수준	세부능력 및 특기사항
상	원과 직선의 방정식으로부터 원과 직선의 위치 관계를 파악할 수 있다. 또, 원의 접선의 방정식을 구하고, 이를 이용하여 문제를 해결할 수 있다.
중	원과 직선의 위치 관계를 말할 수 있고, 원의 접선의 방정식을 구할 수 있다.
하	원과 직선의 위치 관계를 말할 수 있고, 주어진 원과 접하는 직선을 찾을 수 있다.

I 활동 결과물

● 활동 3을 완료한 결과물



△ 모둠별로 완성된 보석맵을 세로 방향으로 잡아 올리면 하트 모양이 나오고, 8개 모듬의 보석맵(하트 모양)을 모아 붙이면 크리스마스 리스 모양이 나온다.

활동 문제 풀이로 땅 넓히기, 땅 따먹기

수업 활동

〈땅 넓히기〉

- ① 모둠별로 범위를 정하고 자신이 풀 수 있는 문제로 2~3문제씩 출제한 후, 각 문제의 난이도를 상, 중, 하로 결정한다.
- ② 상, 중, 하 문제별로 크기가 다른 포스트잇을 제공한다.
- ③ 전지에 상, 중, 하 문제(포스트잇)를 포함하여 각각의 난이도별로 크기가 15 cm × 15 cm, 10 cm × 10 cm, 5 cm × 5 cm인 땅을 표시하고 그곳에 풀이를 적는다.
- ④ 각 문제에 따른 하위 개념이나 공식을 추가하는 경우 크기가 5 cm × 5 cm인 땅을 넓혀 적을 수 있다. 의미 있는 땅 넓히기가 될 수 있도록 수시로 피드백한다.
- ⑤ 땅 넓히기 활동 종료 후 갤러리 투어로 각 모둠의 활동을 평가하고 우수 모둠에 보상한다.



△ 수준에 맞는 문제 및 하위 개념으로 땅 넓히기



△ 땅 넓히기 활동을 갤러리 투어로 평가하기

〈땅 따먹기〉

- ① 땅 넓히기 수업에 사용한 전지에 출제된 상, 중, 하 문제를 모두 거두어 게시판에 붙인다.
- ② 문제를 떼어 내고 문제에 대한 하위 개념과 답이 적혀 있는 전지는 각 교실 벽에 붙인다.
- ③ 게시판에 정리된 수준별 문제를 1, 2, 3, 4 능력자별로 제한 시간을 다르게 정하여 푼다. 이때 난이도를 고려하여 문제를 선택할 수 있도록 한다.
- ④ 자신의 수준에 맞는 문제를 골라 제한 시간 내에 모둠원들의 도움을 받아 각자의 학습지에 풀어서 완성한다.
- ⑤ 해결된 문제의 땅의 소유권을 인정해 준다. (색이 다른 사인펜 제공)
- ⑥ 땅 따먹기 활동 종료 후 가장 넓게 색칠된 땅을 차지한 모둠이 우승한다.

유의점

- 땅 넓히기 활동은 땅을 넓히는 데에만 몰두하지 않도록 주의시킨다.
- 땅 따먹기 활동은 자신의 수준에 맞는 문제를 제한 시간 내에 해결하고, 시간이 남으면 추가 문제를 해결할 수 있도록 안내한다.

12

Ⅲ-4. 도형의 이동

평행이동과 대칭이동

학습 목표

· 평행이동의 뜻을 이해한다.

· x 축, y 축, 원점 및 직선 $y=x$ 에 대한 대칭이동의 뜻을 이해한다.

거꾸로 수업 과정 안내

수업 준비

- ▶ **학습 목표 제시** 이번 단원의 학습 목표를 제시하며, 전후 관련 학습 내용과 연관짓는다.
- ▶ **디딤영상 내용 점검** 디딤영상의 주요 내용을 환기시키며 거꾸로 수업을 준비한다.

수업의 개요

수업 의도

평행이동과 대칭이동의 뜻을 이해하고 생활 속에서 도형의 이동의 원리를 찾을 수 있게 한다. 또, 도형의 이동과 관련한 다양한 상황을 이해하고 문제 해결 능력을 기를 수 있게 한다.

활동 1 평행이동과 대칭이동을 찾아라! - 갤러리 투어

생활 속에 숨어 있는 도형의 평행이동, 대칭이동을 통해 수학적 의미를 찾고 도형의 이동을 이해한다.

활동 2 당구공은 어디로 가야 하나? - ST 활동

점의 대칭이동을 이용하여 최단 거리 구하는 방법을 익히고, 이를 바탕으로 당구공의 이동 거리를 구한다.

활동 3 도형을 옮기고~ 돌리고!

주어진 점과 도형의 대칭이동을 확인하고 식으로 표현하여 도형의 대칭이동을 이해한다.

활동 4 암호문을 완성하라!

점의 평행이동 또는 대칭이동을 이용하여 암호문을 완성하는 활동을 통해 점의 이동을 이해한다.

활동 5 평행이동과 대칭이동 이해하기 - 주사위 게임

평행이동 또는 대칭이동이 표시된 주사위를 이용한 게임을 통해 도형의 이동에 익숙해진다.

수업 정리

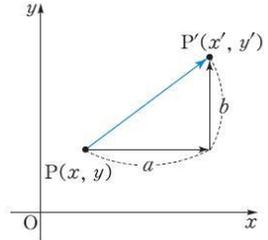
- ▶ **학습 확인** 이번 단원에서 배운 내용을 키워드 중심으로 언급하며 정리한다.
- ▶ **개별, 모둠별 활동지 제출** 개별, 모둠별 활동지 및 결과물에 대한 피드백을 한다.

① 평행이동

(1) 점의 평행이동

점 $P(x, y)$ 를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 점 P' 은

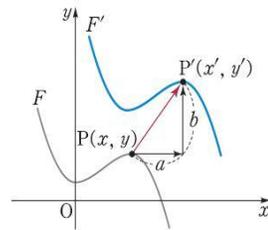
$$P'(x+a, y+b)$$



(2) 도형의 평행이동

방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 도형의 방정식은

$$f(x-a, y-b) = 0$$



② 대칭이동

(1) 어떤 도형을 주어진 직선 또는 점에 대하여 대칭인 도형으로 옮기는 것을 대칭이동이라 한다.

(2) 점의 대칭이동

점 (x, y) 를

- ① x 축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(x, -y)$
- ② y 축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(-x, y)$
- ③ 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(-x, -y)$
- ④ 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 (y, x)

(3) 도형의 대칭이동

방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을

- ① x 축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은 $f(x, -y) = 0$
- ② y 축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은 $f(-x, y) = 0$
- ③ 원점에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은 $f(-x, -y) = 0$
- ④ 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은 $f(y, x) = 0$

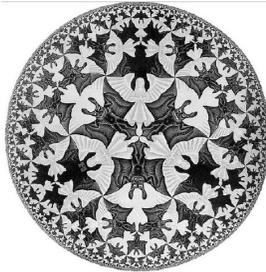
활동 1 평행이동과 대칭이동을 찾아라! - 갤러리 투어

효과	생활 속에 숨어 있는 평행이동 또는 대칭이동 상황을 조사하여 수학적 의미를 찾아봄으로써 도형의 이동에 대한 흥미를 유발시킨다.
준비물	평행이동이나 대칭이동과 관련된 사진 자료 및 내용, 포스트잇, 전지

- ① 모둠별로 사전에 생활 속에서 평행이동이나 대칭이동과 관련된 사진 자료와 내용을 준비하고 이를 바탕으로 정리하는 시간을 갖는다. 또, 이 내용을 보고 도형의 이동에 대해 느낀 점을 포스트잇 한 장에 한 가지씩 적어 전지에 붙인다.
- ② 여러 포스트잇에 적힌 내용을 확인하고 비슷한 내용끼리 모아서 주요 항목으로 정리한다.
- ③ 모둠별로 정리한 자료와 내용을 정리해 줄 수 있는 갤러리 주인(호스트)을 정한다.
- ④ 학생들은 자유롭게 흩어져 갤러리 투어 방식으로 여러 모둠의 자료를 함께 공유하는 시간을 갖는다. 5분씩 3타임으로 갤러리 투어를 시작한다. (3타임의 기회만 제공하므로 전체를 한번 훑어 보고 마음에 드는 모둠을 선택한다.)
- ⑤ 모둠별 호스트가 방문자들에게 자료와 내용에 대하여 설명하고, 방문자들도 자신의 의견을 추가한다.
- ⑥ 3타임이 완료되면 자기 모둠으로 돌아와 모둠원들과 함께 도형의 이동에 대하여 자유롭게 이야기하는 시간을 갖는다.

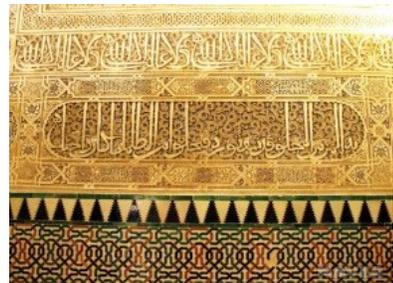
〈예시 자료〉

수업 활동



△ 천국과 지옥(에서)

색 박쥐(악마)와 천사가 원의 중심으로부터 테두리 부분으로 갈수록 점점 작아진다. 색 박쥐(악마)와 천사가 연속적으로 배열되어 있다.



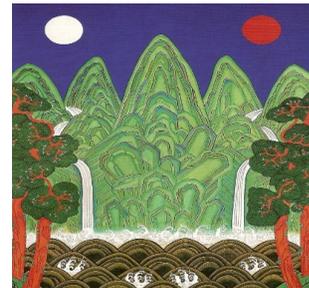
△ 알함브라 궁전의 벽화와 천장화

벽과 천장은 정육각형의 별 모양, 사각형 등의 다양한 모양이 어우러져 있다. 다양한 무늬로 이루어져 있지만 빈틈이 없는 테셀레이션을 이용한 무늬이다.



△ 코끼리를 비추는 백조(살바도르 달리)

수평으로 가로지르는 호수의 선을 따라 위쪽은 실제 공간, 아래쪽은 호수에 비친 공간으로 대칭이다.



△ 일월오봉도

조선시대의 병풍으로, 그림의 가운데를 기준으로 하여 접으면 좌우가 완전히 겹쳐지는 대칭이다.

활동 2 당구공은 어디로 가야 하나? - ST 활동

<p>효과</p>	<p>점의 대칭이동을 이용하여 최단 거리 문제를 해결하고 당구공이 이동하는 거리를 구해 봄으로써 당구의 원리를 이해할 수 있다. 또, ST(Student-Teacher) 활동을 통해 친구의 설명을 듣고 편하게 질문하며 학습 효과를 더욱 높일 수 있다.</p>
<p>준비물</p>	<p>개별 학습지, A3 용지</p>
<p>수업 활동</p>	<p>〈점의 대칭이동을 이용한 최단 거리 문제 해결하기〉</p> <p>① ‘점의 대칭이동을 이용한 최단 거리’에 대한 내용을 이해할 수 있도록 개별 학습지를 제공한다.</p> <p style="text-align: center;">〈개별 학습지〉</p> <div style="border: 1px dashed gray; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;">□ 점의 대칭이동을 이용한 최단 거리 □</p> <p>직선 l에 대하여 같은 방향에 두 점 A, B가 있을 때, 점 A에서 직선 l 위의 한 점을 거쳐 점 B까지 가는 최단 거리는 점의 대칭이동을 이용하면 쉽게 구할 수 있다.</p> <p>오른쪽 그림과 같이 점 B를 직선 l에 대하여 대칭이동한 점을 B', 직선 l 위의 점을 P라고 하면</p> $\overline{AP} + \overline{PB} = \overline{AP} + \overline{PB'} \geq \overline{AB'}$ <p>이 성립한다. 따라서 점 A에서 직선 l 위의 한 점을 거쳐 점 B까지 가는 최단 거리는 선분 AB'의 길이와 같다.</p> </div> <p>② 모둠별로 ‘점의 대칭이동을 이용한 최단 거리’ 문제 하나를 제공하고 이해한 내용을 바탕으로 협업을 통해 문제를 해결한다.</p> <p>③ 같은 형식의 문제를 하나씩 모둠별로 출제한 후 다음 모둠으로 문제를 이동시켜 해결하게 한다.</p> <p>〈당구공의 이동 거리 문제 해결하기〉</p> <p>① ‘점의 대칭이동을 이용한 최단 거리’에 대한 이해가 완료되면 당구공의 이동 거리 문제 하나를 제시하고 모둠별로 탐구할 시간을 제공한다.</p> <p>② 모둠별로 설명해 줄 ST(Student-Teacher) 선생님을 선발하고 당구공의 이동 거리에 관련하여 학생들에게 설명할 기회를 제공한다.</p> <p>③ 자연스러운 분위기에서 ST의 설명을 듣고 모둠별로 탐구한 내용을 자유롭게 질문하고 대답하는 시간을 갖는다.</p> <div style="text-align: right; margin-top: 20px;">  <p style="text-align: center;">△ ST 활동 모습</p> </div>
<p>유의점</p>	<ul style="list-style-type: none"> • ST(Student-Teacher) 활동을 위해 선생님을 선발한다는 것을 사전에 예고하여 자발적인 참여가 되도록 유도한다. • 문제의 오류 가능성을 염두해 두고 문제에 오류가 없는지를 확인하면서 문제를 해결하도록 안내한다.

활동 3 도형을 옮기고~ 돌리고!

<p>효과</p>	<p>좌표평면 위의 점의 대칭이동과 도형의 대칭이동을 직접 해 보고 서로 가르쳐 주며 개념을 확실히 이해할 수 있다.</p>
<p>준비물</p>	<p>활동지</p>
<p>수업 활동</p>	<ol style="list-style-type: none"> ① 활동지에 주어진 삼각형의 세 꼭짓점 A, B, C 를 x축, y축, 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 구한다. ② 모둠원이 함께 협업하여 활동하며 잘 해결되지 않을 경우 다른 모둠원에게 도움을 요청한다. ③ 활동지에 주어진 도형과 이 도형을 x축, y축, 원점에 대하여 대칭이동한 도형을 각각 l, m, n이라 할 때, 세 도형 l, m, n을 좌표평면 위에 그리고 대칭이동한 도형의 방정식을 구한다. ④ 식이나 그래프의 표현에 어려움을 겪는 학생을 위해 각 문제의 전문가를 정하여 다른 모둠원에게 도움을 줄 수 있도록 한다. <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>△ 모둠원이 함께 협력하여 이해하기</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>△ 전문가와 함께 배우며 익히기</p> </div> </div>

활동 4 암호문을 완성하라!

<p>효과</p>	<p>암호문을 완성하는 활동을 통해 흥미를 유발하고 학습 의욕을 높여 모든 모둠원이 적극적으로 활동에 참여해 가며 도형의 이동을 학습할 수 있다.</p>
<p>준비물</p>	<p>활동지</p>
<p>수업 활동</p>	<ol style="list-style-type: none"> ① 활동지에 주어진 세 원의 중심의 좌표를 찾아낸다. ② 활동지에 주어진 조건들을 확인하고 평행이동 또는 대칭이동한 점의 좌표를 구한다. ③ 이동한 점의 x좌표와 y좌표가 만나는 곳의 문자를 읽는다. ④ ㉠~㉦까지 15개의 문자를 찾은 후 문자를 나열하여 암호문을 완성한다. ⑤ 모둠별로 새로운 좌표를 설정하여 각자의 암호문을 정한다. ⑥ 모둠끼리 교환하여 암호문을 찾아본다.

활동지3 도형을 옮기고~ 돌리고!

활동 유형	모듬 활동	소요 시간	25분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	점과 도형의 대칭이동을 이해하고, 대칭이동한 점의 좌표와 도형의 방정식을 구할 수 있다.			이름	

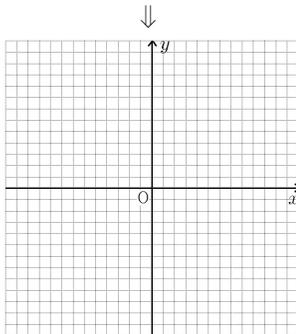
1 다음 삼각형의 세 꼭짓점 A, B, C를 대칭이동한 점의 좌표를 구하고, 좌표평면 위에 삼각형 ABC와 대칭이동한 도형을 그려 보자.

(1) x 축에 대하여 대칭이동

$$A(1, 1) \rightarrow A'(1, -1)$$

$$B(4, 1) \rightarrow B'(4, -1)$$

$$C(4, 5) \rightarrow C'(4, -5)$$

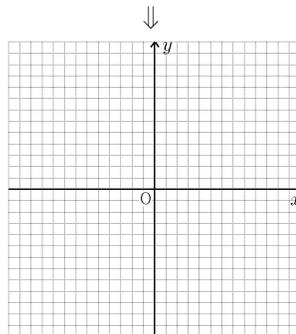


(2) y 축에 대하여 대칭이동

$$A(1, 1) \rightarrow A'(-1, 1)$$

$$B(4, 1) \rightarrow B'(-4, 1)$$

$$C(4, 5) \rightarrow C'(-4, 5)$$

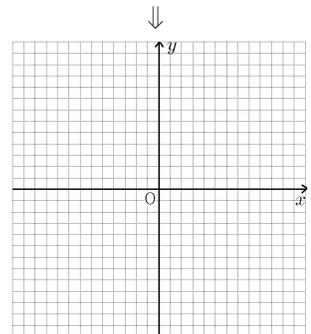


(3) 원점에 대하여 대칭이동

$$A(1, 1) \rightarrow A'(-1, -1)$$

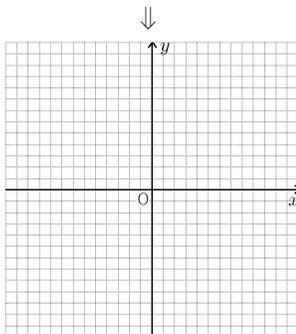
$$B(4, 1) \rightarrow B'(-4, -1)$$

$$C(4, 5) \rightarrow C'(-4, -5)$$



2 주어진 도형을 x 축, y 축, 원점에 대하여 대칭이동한 도형을 각각 l , m , n 이라 할 때, 주어진 도형과 l , m , n 을 좌표평면 위에 그리고 대칭이동한 도형의 방정식을 구해 보자.

(1) 직선 $y = x - 2$



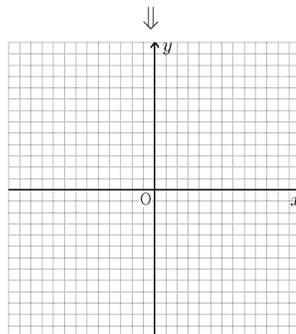
대칭이동한 도형의 방정식

$$l : \underline{-y = x - 2, \text{ 즉 } y = -x + 2}$$

$$m : \underline{y = -x - 2}$$

$$n : \underline{-y = -x - 2, \text{ 즉 } y = x + 2}$$

(2) 포물선 $y = x^2$



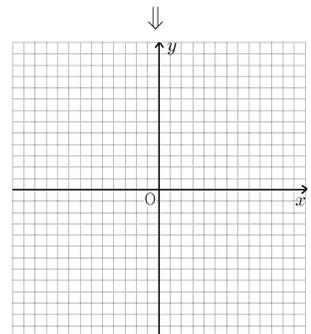
대칭이동한 도형의 방정식

$$l : \underline{-y = x^2, \text{ 즉 } y = -x^2}$$

$$m : \underline{y = x^2}$$

$$n : \underline{-y = x^2, \text{ 즉 } y = -x^2}$$

(3) 원 $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$



대칭이동한 도형의 방정식

$$l : \underline{(x+1)^2 + (y+2)^2 = 4}$$

$$m : \underline{(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4}$$

$$n : \underline{(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4}$$

활동지 4 암호문을 완성하라

활동 유형	모듬 활동	소요 시간	25분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	평행이동과 대칭이동을 이용하여 암호문을 완성할 수 있다.			이름	

1 다음을 만족시키는 점들의 좌표를 구해 보자.

- ① 원 $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$ 의 중심의 좌표 (1, 3)
 ② 원 $x^2 + y^2 - 6x = 2y - 2x + 2$ 의 중심의 좌표 (2, 1)
 ③ 원 $x^2 + 2x = -y^2 + 8y + 4$ 의 중심의 좌표 (-1, 4)

2 1에서 구한 ①, ②, ③의 좌표를 이용하여 다음을 만족시키는 점들의 좌표를 구해 보자.

또, x 좌표와 y 좌표가 만나는 곳의 문자를 읽어 암호문을 완성해 보자.

(1) 점 (-1, 2)를 점 (1, -3)으로 옮기는 평행이동에 의하여 다음 점들을 평행이동한 점의 좌표를 구해 보자.

- ① (,) → ㉠ (,) ② (,) → ㉡ (,) ③ (,) → ㉢ (,)
 ① (1, 3) → ㉠ (3, -2) ② (2, 1) → ㉡ (4, -4) ③ (-1, 4) → ㉢ (1, -1)

(2) 다음 점들을 x 축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 구해 보자.

- ① (,) → ㉣ (,) ② (,) → ㉤ (,) ③ (,) → ㉥ (,)
 ① (1, 3) → ㉣ (1, -3) ② (2, 1) → ㉤ (2, -1) ③ (-1, 4) → ㉥ (-1, -4)

(3) 다음 점들을 y 축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 구해 보자.

- ① (,) → ㉦ (,) ② (,) → ㉧ (,) ③ (,) → ㉨ (,)
 ① (1, 3) → ㉦ (-1, 3) ② (2, 1) → ㉧ (-2, 1) ③ (-1, 4) → ㉨ (1, 4)

(4) 다음 점들을 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 구해 보자.

- ① (,) → ㉩ (,) ② (,) → ㉪ (,) ③ (,) → ㉫ (,)
 ① (1, 3) → ㉩ (-1, -3) ② (2, 1) → ㉪ (-2, -1) ③ (-1, 4) → ㉫ (1, -4)

(5) 다음 점들을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 구해 보자.

- ① (,) → ㉬ (,) ② (,) → ㉭ (,) ③ (,) → ㉮ (,)
 ① (1, 3) → ㉬ (3, 1) ② (2, 1) → ㉭ (1, 2) ③ (-1, 4) → ㉮ (4, -1)

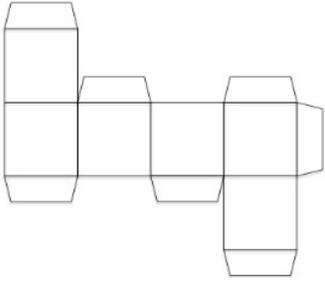
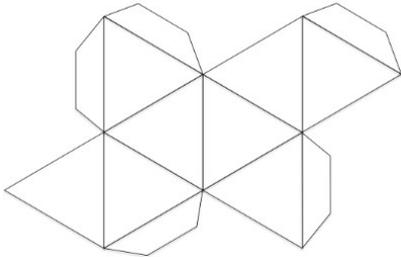
※ 예를 들어 (2, -3)은 '무'를 뜻한다.

					y					
누	금	두	웃	심	5	대	벽	신	장	한
관	공	곶	필	사	4	는	은	향	백	바
영	가	화	학	장	3	아	뽀	쇠	해	스
랑	냄	최	김	너	2	실	어	천	키	이
중	열	낮	하	음	1	의	리	교	훈	서
-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
은	밭	함	꾸	터	-1	배	며	타	짱	관
배	실	미	집	태	-2	빈	연	함	원	략
해	점	새	를	거	-3	우	무	지	길	정
능	유	주	근	성	-4	로	먹	책	깨	숙
민	회	상	으	부	-5	국	만	답	던	칭

암호문: ㉠ ㉡ ㉢ ㉣ ㉤ ㉥ ㉦ ㉧ ㉨ ㉩ ㉪ ㉫ ㉬ ㉭ ㉮ ㉯

함 곶 배 우 며 성 장 하 는 거 꾸 로 교 실 짱

활동 5 평행이동과 대칭이동 이해하기 - 주사위 게임

<p>효과</p>	<p>주사위의 각 면에 평행이동 또는 대칭이동의 조건을 직접 써넣고, 주사위를 이용한 게임 활동을 통해 도형의 이동에 익숙해질 수 있다.</p>
<p>준비물</p>	<p>주사위 도안이 그려진 A4 용지 (정육면체, 정팔면체), 가위, 풀, 팀별 학습지</p>
<p>수업 활동</p>	<p>① 정육면체, 정팔면체 주사위 도안이 그려진 A4용지 2장(다른 색)을 모둠별로 제공한다. (주사위 도안)</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>△ 정육면체 주사위 도안</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>△ 정팔면체 주사위 도안</p> </div> </div> <p>② 정육면체 주사위의 각 면에 점의 좌표 3개, 도형의 방정식 3개를 적는다.</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>예 $(-3, -2), (-1, 2), (2, 5)$ $x^2 + y^2 + 6x - 2y - 2 = 0, 2x + y + 3 = 0, y = 2x^2$</p> </div> <p>③ 정팔면체 주사위의 각 면에 평행이동 4개, 대칭이동 4개를 적는다.</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>예 x 축의 방향으로 -3만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -4만큼 평행이동 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동 x 축에 대칭이동, y 축에 대칭이동, 원점에 대칭이동, $y = x$에 대칭이동</p> </div> <p>④ 모둠별로 주사위가 완성되면 두 모둠이 서로 바꾸어 주사위 각 면에 점의 좌표, 도형의 방정식, 평행이동, 대칭이동이 알맞게 적혀 있는지 확인하게 한다.</p> <p>⑤ 모둠 내 2명이 한 팀이 되어 진행한다.</p> <p>⑥ 한 팀씩 번갈아 2개의 주사위를 동시에 던지고 각 주사위의 밑면에 나온 점 또는 도형을 평행이동 또는 대칭이동에 적용하여 팀별 학습지에 풀이한다.</p> <p>⑦ 제한 시간 내에 진행한 후 서로 팀별 학습지를 바꾸어 채점하도록 하여 승패를 결정한다.</p>
<p>유의점</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 주사위에 점의 좌표, 도형의 방정식, 평행이동, 대칭이동을 자유롭게 적게 하되 유의미한 답이 나올 수 있도록 안내한다. • 점의 좌표나 도형의 방정식은 다양한 위치 및 도형이 나오도록 한다.



△ 정육면체, 정팔면체 주사위

활동 평가지

_____학년 _____반 _____번 이름 _____

① 내용 정리하기

- 오늘 배운 내용
- 가장 중요한 것
- 예를 들면

② 자기 평가하기

평가항목	평가내용	평가		
		상	중	하
내용 이해도	평행이동과 대칭이동을 이해하고, 생활 속에 숨어 있는 도형의 이동과 관련된 원리를 찾아낼 수 있는가?			
	점의 대칭이동을 이용하여 최단 거리 문제를 해결할 수 있는가?			
	다양한 조건으로 주어진 점과 도형을 평행이동 또는 대칭이동한 점의 좌표와 도형의 방정식을 구할 수 있는가?			
활동 참여도	모둠 활동에 적극적으로 참여하고 친구들과 협력하여 문제를 해결하였는가?			
	학습 내용을 이해하고 창의적인 방법을 제시하여 문제 해결에 도움을 주었는가?			

③ 모둠 평가하기

모둠원 이름	좋았던 점	바라는 점

평가 기준 및 유의점

| 평가항목 |

활동	평가항목	모둠				
		1	2	3	4	5
1	생활 속에서 평행이동, 대칭이동을 찾아 이를 표현하고 잘 설명하였는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
2	점의 대칭이동을 이용하여 최단 거리 구하는 원리를 이해하고, 당구공이 이동하는 거리를 구하는 과정을 잘 설명하였는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
3	점과 도형의 대칭이동을 잘 이해하였는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
4	평행이동 또는 대칭이동한 점의 좌표를 바르게 구하여 암호문을 완성하였는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
5	주사위 게임을 통해 평행이동과 대칭이동의 개념을 잘 익혔는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				

| 평가 진행시 유의점 |

- 모둠원들이 모두 참여하여 각자의 역할을 하고 있는지 확인한다.
- 모둠 활동 내에서 학생들의 행동을 관찰하고 피드백을 해 주는 시간을 갖는다.
- 게임의 형태로 이루어지는 활동에 대해 모둠원들이 각자의 문제 풀이에 적극적으로 참여할 수 있도록 유도한다.

| 학교 생활기록부 기재 예시 |

수준	세부능력 및 특기사항
상	평행이동한 도형의 방정식과 원래의 도형의 방정식의 관계를 이해하고, 그 과정을 설명할 수 있다. x 축, y 축, 원점 및 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하고, 그 과정을 설명할 수 있다.
중	주어진 도형의 방정식으로부터 평행이동한 도형의 방정식을 구할 수 있다. x 축, y 축, 원점 및 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구할 수 있다.
하	평행이동한 점의 좌표를 구할 수 있다. x 축, y 축, 원점 및 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 구할 수 있다.

I 활동 참고 자료

■ 활동 4의 암호문

번호	㉠	㉡	㉢	㉣	㉤	㉥	㉦	㉧	㉨
문자	함	깨	배	우	며	성	장	하	
번호	㉩	㉪	㉫	㉬	㉭	㉮	㉯		
문자	는	거	꾸	로	교	실	짱		

암호문

함께 배우며 성장하는 거꾸로교실 짱



△ 모둠원이 함께 점의 좌표를 이용하여 암호문을 찾아내고 있는 모습

활동 나만의 픽토그램 - 지식시장

수업 활동

- ① 모둠원끼리 자신의 모듬에 해당되는 픽토그램을 공유하고 2명씩 나누어 판매자, 구매자 역할을 정한다.
 ※ 픽토그램: ‘그림(picture)’과 ‘전보(telegram)’의 합성어로, 국제적인 행사 등에서 사용할 목적으로 제작된 그림 문자이자, 언어를 초월해서 직감으로 이해할 수 있도록 표현된 그래픽 심벌(symbol)을 말한다.
- ② <돌가고(구매자) 돌납기(판매자)> 활동으로 1차 판매를 진행한다. (5분씩 3회)
- ③ 다음 모듬으로 이동한 구매자는 지식시장에서 판매되는 픽토그램(디자인) 및 학습 내용을 확인하고 지식장부에 정리한 후, 개인에게 제공된 엽전 5냥으로 지식을 판매한 모듬당 1냥 또는 2냥을 지불한다.
- ④ 1차 판매 종료 후 구매자와 판매자의 역할을 바꾸어 같은 방법으로 2차 판매를 진행한다. (5분씩 3회)
- ⑤ 자신의 모듬으로 돌아와 구매한 지식을 모듬 내에서 공유한다.
- ⑥ 최고가에 판매된 모듬의 픽토그램 지식을 함께 공유한다.



△ 모듬만의 픽토그램을 판매



△ 구매자와 판매자가 함께 공유

유의점

- 픽토그램 소재를 찾는 과정에서 다양한 소재를 자유롭게 표현할 수 있는 기회를 제공한다.
- 픽토그램 내 수학적 표현이나 수학적 요소에 오류가 있는 경우 서로 협업하여 수정할 수 있도록 안내한다.
- 지식 판매자와 구매자가 지금까지 배웠던 내용을 바탕으로 수학적 내용을 자유롭게 찾을 수 있도록 분위기를 조성한다.

IV

집합과 명제

학습 목표

- 집합의 뜻과 연산 법칙을 이해한다.
- 명제와 조건의 참과 거짓, 명제의 역과 대우를 알아본다.
- 충분조건과 필요조건 및 절대부등식의 증명을 알아본다.

주제	활동	집필자
13 집합의 뜻과 포함 관계	활동 1 주변에서 집합 찾기	이인선 (군산기계공고)
	활동 2 집합 사이의 포함 관계 알아보기	
	활동 3 실생활 소재를 집합으로 표현하기	
14 집합의 연산	활동 1 집합의 연산 표현하기	
	활동 2 다양한 식으로 표현되는 집합 이해하기	
	활동 3 집합 이야기 - 문제 만들기	
	마무리 활동 실생활에서 집합 문제 만들기	
15 명제와 조건	활동 1 참일까? 거짓일까?	
	활동 2 조건을 명제로 만드는 마법	
	활동 3 명제를 변형하여 새로운 명제 만들기	
	활동 4 명제 단원 한 번에 확인하기	
16 명제의 증명	활동 1 증명의 흐름 파악하기	
	활동 2 절대부등식을 연역적으로 증명하기	
	활동 3 절대부등식을 도형으로 증명하기	
	마무리 활동 명제 이야기 - 영상 만들기	

13

IV-1. 집합

집합의 뜻과 포함 관계

- 학습 목표**
- 집합의 개념을 이해하고, 집합을 표현할 수 있다.
 - 두 집합 사이의 포함 관계를 이해한다.

거꾸로 수업 과정 안내

수업 준비

- ▶ **학습 목표 제시** 이번 단원의 학습 목표를 제시하며, 전후 관련 학습 내용과 연관 짓는다.
- ▶ **디딤영상 내용 점검** 디딤영상의 주요 내용을 환기시키며 거꾸로 수업을 준비한다.

수업의 개요

수업 의도

생활 주변에서 쉽게 찾아볼 수 있는 소재들을 분류하는 활동을 통해 집합의 개념을 이해하게 하며, 집합을 표현할 수 있게 한다. 또, 실생활 소재를 통해 두 집합 사이의 포함 관계를 나타내 보면서 그 내용을 이해할 수 있게 한다.

활동 1 주변에서 집합 찾기

일상생활에서 모임을 찾아보거나 어떤 현상을 구분해 보면서 집합의 개념을 이해하고 익힌다.

활동 2 집합 사이의 포함 관계 알아보기

원소나열법 또는 조건제시법으로 표현된 여러 가지 집합 사이의 포함 관계를 직접 구해 보면서 부분집합의 개념을 이해한다.

활동 3 실생활 소재를 집합으로 표현하기

모둠별로 실생활 소재를 정하여 집합과 원소 및 집합 사이의 포함 관계 등의 내용을 직접 정리해 보고 친구들에게 설명하는 과정을 통해 집합에 대한 전반적인 개념을 익힌다.

수업 정리

- ▶ **학습 확인** 이번 단원에서 배운 내용을 키워드 중심으로 언급하며 정리한다.
- ▶ **개별, 모둠별 활동지 제출** 개별, 모둠별 활동지 및 결과물에 대해 피드백을 한다.

① 집합과 원소

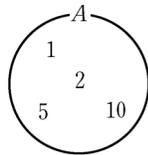
- (1) 집합: 어떤 기준에 따라 대상을 분명하게 정할 수 있을 때, 그 대상들의 모임
- (2) 원소: 집합을 이루는 대상 하나하나
 - 예 '10의 약수의 모임'은 집합이고, 이 집합의 원소는 1, 2, 5, 10이다.

② 집합과 원소 사이의 관계

- (1) a 가 집합 A 의 원소일 때, ' a 는 집합 A 에 속한다'고 한다.
 - [기호] $a \in A$
- (2) b 가 집합 A 의 원소가 아닐 때, ' b 는 집합 A 에 속하지 않는다'고 한다.
 - [기호] $b \notin A$

③ 집합의 표현 방법

- (1) 원소나열법: 집합에 속하는 모든 원소를 { } 안에 나열하여 집합을 나타내는 방법
 - 예 10의 약수의 집합을 원소나열법으로 나타내면 {1, 2, 5, 10}
- (2) 조건제시법: 집합의 원소들이 갖는 공통된 성질을 조건을 제시하여 집합을 나타내는 방법
 - 예 {1, 2, 5, 10}을 조건제시법으로 나타내면 $\{x | x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$
- (3) 벤다이어그램: 집합을 나타낸 그림
 - 예 10의 약수의 집합 A



④ 집합의 원소의 개수

- (1) 유한집합: 원소가 유한개인 집합
 - 집합 A 가 유한집합일 때, 집합 A 의 원소의 개수를 $n(A)$ 로 나타낸다.
 - (2) 무한집합: 원소가 무수히 많은 집합
 - (3) 공집합: 원소가 하나도 없는 집합
 - [기호] \emptyset
- ⑤ 부분집합: 두 집합 A, B 에 대하여 A 의 모든 원소가 B 에 속할 때, A 를 B 의 부분집합이라 한다.
[기호] $A \subset B$
- ⑥ 서로 같은 집합: 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, A 와 B 는 서로 같다고 한다.
[기호] $A = B$
- ⑦ 진부분집합: 두 집합 A, B 에 대하여 A 가 B 의 부분집합이지만 서로 같지 않을 때, 즉 $A \subset B$ 이고 $A \neq B$ 일 때, A 를 B 의 진부분집합이라 한다.

활동 1 주변에서 집합 찾기

효과	일상생활에서 모임을 찾아보거나 어떤 현상을 구분 지어 보면서 우리 주변에 녹아 있는 집합의 개념을 이해하고, 관련 개념을 친근하게 학습할 수 있다.
준비물	활동지
수업 활동	<ol style="list-style-type: none"> ① 모둠별로 집합을 한 가지씩 정한다. ② 모둠별로 정한 집합을 통해 집합의 원소, 집합의 표현 방법, 원소의 개수, 부분집합 등 관련 개념을 정리한다. ③ 모듬원 모두가 개념을 설명할 수 있도록 서로 알려 주며 개념을 파악한다. ④ 모듬별로 무작위로 번호를 뽑아 준비한 자료를 발표한다.
유의점	• 모듬원끼리 자유롭게 묻고 대답하기를 할 수 있도록 분위기를 만들어 준다.

활동 2 집합의 포함 관계 알아보기

효과	자신에게 주어진 집합을 비교하는 과정을 통해 집합의 포함 관계를 파악할 수 있다.
준비물	활동지
수업 활동	<ol style="list-style-type: none"> ① 각자 활동지 2-1번의 1~4 문항의 답을 적는다. ② 모듬 내에서 포함 관계가 있는 두 집합을 찾아서 나머지 5~12 문항을 만든다. ③ 시계 방향으로 문항을 돌리며 모듬별 12문항을 모두 해결한다. ④ 12문항을 모듬원과 공유하며 확인해 보고 오류를 찾아 점검한다. ⑤ 활동지 2-2, 3번은 모듬별로 토의하여 활동지를 작성한다. ⑥ 5분 정도 작성한 후 <돌가고 돌남기> 활동을 통해 개인 활동지를 완성한다. <ul style="list-style-type: none"> - 모듬별로 2명은 남아서 모듬의 의견을 설명하고 2명은 다른 모듬의 설명을 들으며 활동지를 완성한다. - 두 번 이동한 후 모듬 역할을 바꾸어 이어간다. - 활동 후 원래 모듬으로 돌아와 다른 모듬에서 들었던 이야기를 모듬원들과 공유한다.
유의점	<ul style="list-style-type: none"> • <돌가고 돌남기> 활동을 하는 동안 학습 내용 설명 외에 다른 소란을 피우지 않도록 지도한다. • 학습이 어려운 학생은 교사가 개별 지도를 할 수 있도록 한다.

활동지 1 주변에서 집합 찾기

활동 유형	모둠 활동	소요 시간	20분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	집합의 개념을 이해하고, 집합을 표현할 수 있다.			이름	

1 우리 모둠에서 집합을 하나 정하여 관련 개념을 정리해 보자.

우리가 정한 집합은 우리나라의 광역시 이다.

(1) 집합에 속하는 원소와 집합에 속하지 않는 원소를 구해 보자.

또, 기호를 사용하여 표현해 보자.

집합에 속하는 원소: 부산, 대전, 대구, 울산, 인천, 광주

집합에 속하지 않는 원소: 전주, 경주, 여수, 청주 등

집합을 A 라 하면 $부산 \in A$, $대전 \in A$, $대구 \in A$, $울산 \in A$, $인천 \in A$, $광주 \in A$, $전주 \notin A$, $경주 \notin A$, $여수 \notin A$, $청주 \notin A$, ...

(2) 집합을 원소나열법, 조건제시법, 벤다이어그램으로 표현해 보자.

원소나열법: $A = \{\text{부산, 대전, 대구, 울산, 인천, 광주}\}$

조건제시법: $A = \{x \mid x \text{는 우리나라의 광역시}\}$

벤다이어그램:



2 유한집합과 무한집합의 뜻을 말하고, 모둠에서 각각의 집합을 한 개씩 정해 보자.

모둠에서 정한 집합이 유한집합이면 원소의 개수를 기호를 사용하여 표현해 보자.

유한집합: 원소가 유한개인 집합 예 $B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4\}$, $n(B) = 3$

무한집합: 원소가 무수히 많은 집합 예 $C = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 배수}\} = \{4, 8, 12, 16, \dots\}$

3 집합에 속하는 원소 일부를 이용하여 부분집합을 만들어 보고, 기호를 사용하여 표현해 보자.

예 $\{1, 4\} \subset B$, $\{4, 8, 12\} \subset C$

활동지 2 집합 사이의 포함 관계 알아보기

활동 유형	모둠 활동	소요 시간	25분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	집합 사이의 포함 관계를 이해한다.			이름	

1 1~4는 두 집합 A, B 사이의 포함 관계를 나타내 보고, 5~12는 두 집합 A, B 를 정한 후 A, B 사이의 포함 관계를 나타내 보자.

번호	두 집합 A, B	포함 관계
1	$A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 자연수}\}$	$A \subset B$
2	$A = \{0, 1\}, B = \{x \mid x^2 - x = 0\}$	$A = B$
3	$A = \{x \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}, B = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 약수}\}$	$A = B$
4	$A = \{x \mid 2x - 7 \leq 0\}, B = \{x \mid x^2 - 2x - 3 \leq 0\}$	$B \subset A$
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

2 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A \subset B, B \subset C$ 일 때, 두 집합 A, C 사이의 포함 관계를 생각해 보자.

$$A \subset C$$

3 $n(\emptyset)$ 과 $n(\{0\})$ 의 차이점에 대하여 설명해 보자.

$$n(\emptyset) = 0, n(\{0\}) = 1$$

활동 3 실생활 소재를 집합으로 표현하기

<p>효과</p>	<p>모둠별로 실생활 소재를 한 가지 정하여 집합과 원소 및 집합 사이의 포함 관계 등의 내용을 직접 정리하고 설명하는 과정을 통해 일상생활에서의 집합을 표현할 수 있다.</p>
<p>준비물</p>	<p>활동지, 색지, 사인펜</p>
<p>수업 활동</p>	<ol style="list-style-type: none"> ① 4인 1 모둠으로 실생활 소재가 5개 정도 포함된 활동지를 제공한다. ② 소재별로 집합을 어떻게 구성할 수 있는지 모둠별로 이야기해 본다.(약 10분) ③ 모둠에서 무작위로 번호를 뽑아 정해진 하나의 소재를 통해 집합의 원소, 원소의 개수, 다른 집합과의 포함 관계, 부분집합과 진부분집합 등을 작성해 본다. ④ 색지에 실생활 소재에 대하여 다른 모둠에 설명할 수 있도록 내용을 구체적으로 작성한다. ⑤ <돌가고 돌남기> 활동을 통해 다른 모둠원들과 내용을 공유한다. <div style="text-align: center;">  <p>△ 모둠별 토의하기</p> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>△ 색지에 작성하기</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>△ 설명하고 듣기</p> </div> </div>
<p>유의점</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 실생활 소재를 집합으로 구성하고 관련 개념을 정리할 때 소외되는 학생 없이 모둠원들이 함께 의견을 주고받을 수 있도록 지도한다.

활동지 3 실생활 소재를 집합으로 표현하기

활동 유형	모둠 활동	소요 시간	50분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	실생활 소재를 집합으로 표현하고, 집합 사이의 포함 관계를 설명할 수 있다.			이름	

※ 다음 실생활 사례를 보고 물음에 답해 보자.

<p>① 태양계에는 수성, 금성, 지구, 화성, 목성, 토성, 천왕성, 해왕성의 8개의 행성이 있다. 이들을 지구형 행성과 목성형 행성으로 나누어 보고, 지구 공전 궤도를 기준으로 한 내행성과 외행성으로 나누어 보자.</p>	<p>④ 2012년에 개정된 자연재해 대책법 제2조는 풍수해를 태풍·홍수·호우·강풍·풍랑·해일·조수·대설, 그 밖에 이에 따르는 자연 현상으로 발생하는 재해라고 정하고 있다. 이 재해로 인하여 대통령령이 정한 규모 이상의 피해가 발생하면 신속한 복구 대책과 함께 재난 기금이나 특별 교부세 형식의 예산을 지원받을 수 있다. 자연재해에는 황사나 지진도 속하지만 유독 폭염만 속하지 않아 일선 행정 기관이 적극적인 지원에 나설 근거가 부족한 형편이다. 위의 기사를 보고 재해를 분류해 보자.</p>						
<p>② 다음의 올림픽 경기 종목의 특징을 파악하여 집합을 만들어 보자.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">  </div> <p>태권도 핸드볼 펜싱 조정 양궁 배구 수영 축구</p>	<p>⑤ 어떤 지역의 총넓이에 대하여 농경지가 차지하는 비율을 백분율로 나타낸 것을 경지율이라고 한다. 아래 지도를 보고 경지율로 지역을 구분해 보자.</p> <div style="text-align: right;">  </div>						
<p>③ 최근 공해 물질을 배출하지 않는 친환경 에너지 자원에 관한 관심이 높아지고 있는데, 이와 같은 에너지 자원을 청정에너지 자원이라고 한다. 아래의 에너지 자원으로 집합을 만들어 보자.</p> <div style="border: 1px solid gray; padding: 10px; text-align: center; margin: 10px 0;"> <p>태양열, 풍력, 수력, 석유, 석탄, 천연가스, 지열, 조력</p> </div>	<p>시도별 경지율(%)</p> <table style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>10 미만</td> <td>20~25</td> </tr> <tr> <td>10~15</td> <td>25~30</td> </tr> <tr> <td>15~20</td> <td>30~35</td> </tr> </table> <p>제주특별자치도</p>	10 미만	20~25	10~15	25~30	15~20	30~35
10 미만	20~25						
10~15	25~30						
15~20	30~35						

- (1) 집합을 최대한 많이 찾아보자.
- (2) 집합에 속하는 원소와 속하지 않는 원소를 기호로 표현해 보자.
- (3) 집합을 다양한 방법으로 표현해 보자.
- (4) 유한집합인 경우 원소의 개수를 구해 보자.
- (5) 집합 사이의 포함 관계를 찾아보자.
- (6) 집합을 정하여 부분집합과 진부분집합을 나타내고, 그 개수를 구해 보자.

활동 평가지

_____학년 _____반 _____번 이름 _____

① 내용 정리하기

- 오늘 배운 내용

- 가장 중요한 것

- 예를 들면

② 자기 평가하기

평가항목	평가내용	평가		
		상	중	하
내용 이해도	일상생활 속 집합을 찾아 개념을 이해하고 표현할 수 있는가?			
	두 집합 사이의 포함 관계를 나타낼 수 있는가?			
활동 참여도	모둠원들과 협업하여 모둠 활동을 진행하였는가?			

③ 모둠 평가하기

모둠원 이름	좋았던 점	바라는 점

평가 기준 및 유의점

| 평가항목 |

활동	평가항목	모둠				
		1	2	3	4	5
1	일상생활에서 볼 수 있는 모임을 찾아 집합인 것을 찾고 관련 개념을 정확히 정리하였는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
2	두 집합 사이의 포함 관계를 정확히 나타내었는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
3	실생활 소재를 집합으로 표현하여 이해하기 쉽게 설명하였는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				

| 평가 진행시 유의점 |

- 모둠원들이 모두 참여하여 각자의 역할을 하고 있는지 확인한다.
- 색지에 작성되는 설명 자료는 미술적인 측면보다는 개념 정리 측면을 더 우선시하여 평가한다.
- 작성된 색지를 들고 설명을 잘했는지에 대한 평가는 수업 직후에 상호평가한다.
- 다른 모둠의 설명을 잘 듣고 질문했는지에 대한 평가는 수업 직후에 상호평가한다.

| 학교 생활기록부 기재 예시 |

수준	세부능력 및 특기사항
상	집합을 다양한 방식으로 표현하고 관련된 기호를 정확하게 사용할 수 있으며, 두 집합 사이의 포함 관계를 기호를 사용하여 나타내고 예를 들어 설명할 수 있다.
중	집합에 속하는 원소와 속하지 않는 원소를 구별하여 기호로 나타낼 수 있고, 조건제시법으로 표현된 두 집합 사이의 포함 관계를 기호를 사용하여 나타낼 수 있다.
하	집합인 것과 아닌 것을 구별할 수 있으며, 벤다이어그램이나 원소나열법으로 표현된 두 집합 사이의 포함 관계를 기호를 사용하여 나타낼 수 있다.

I 활동 결과를

■ 활동 3을 완료한 결과물

(1) {지구는 태양계} = A
 {지구는 지구형 행성} = B
 {지구는 목성형 행성} = C = {지구, 화, 천하, 해왕성}
 {지구는 내행성} = D
 {지구는 외행성} = E

(2) 지구형 D : 화성, 토성
 목성, 해왕성

(3) A: {수성, 금성, 지구, 화성} B: {목성, 토성, 천하, 해왕성}

(4) n(A) = 8
 n(B) = 4
 n(C) = 4
 n(D) = 2
 n(E) = 6

(5) B ⊂ A, D ⊂ B
 C ⊂ A, E ⊂ B
 A ⊂ D

태양계
 수성 금성 지구 화성
 목성 토성 천하 해왕성

안행성
 외행성
 내행성
 지구형
 목성형

4조

2조

(1) A = {수성, 금성, 지구, 화성}, B = {목성, 토성, 천하, 해왕성}, C = {지구, 화성}

(2) 태양 ∈ A, 태양 ∉ B, 태양 ∈ C

(3) A = {지구는 태양계 행성}, B = {지구는 행성}, C = {지구는 행성계 행성}
 A = {수성, 금성, 지구, 화성, 목성, 토성, 천하, 해왕성}, B = {수성, 금성, 지구, 화성}, C = {수성, 금성, 지구, 화성}

(4) n(A) = 8, n(B) = 3, n(C) = 5

(5) B ⊂ A, A ⊂ C

(6) * 집합 A의 부분집합 개수: 256 * 집합 B의 부분집합 개수: 8
 * 집합 C의 부분집합 개수: 32
 * 집합 A의 진부분집합 개수: 255 * 집합 B의 진부분집합 개수: 7 * 집합 C의 진부분집합 개수: 31

태양계
 수성 금성 지구 화성
 목성 토성 천하 해왕성

(1) 올림픽 종목

(1) 올림픽의 경기종목, 올림픽 물을 사용하는 종목, 올림픽의 단체 종목

(2) {핸드볼, 조정, 배구, 축구} ∈ A, {태권도, 펜싱, 양궁, 수영} ∉ A

(3) 국가대표 선수 선발
 {핸드볼, 조정, 배구, 축구} {태권도, 펜싱, 양궁, 수영}

(4) n(A) = 4

(5) {핸드볼, 조정, 배구, 축구} ⊂ A

(six) 부분집합 개수: 2⁴ = 16 진부분집합 개수: 2⁴ - 1 = 15

태권도, 펜싱, 양궁, 수영 ∉ A

핸드볼, 조정, 배구, 축구 ∈ A

(1) 경상북도 에 포함된 도시
 강원도 에 포함된 도시

(2) 강원도 = A, A ∈ 한국, A ∉ 한국

(3) {1x/7은 강원도에 포함된 도시} ∈ 한국, 강원도

(4) 충청도 = B, n(B) = 2

(5) 시도별 경치권 30~35 = A, 제주도 = B, B ⊂ A

(6) 경상도에 포함된 도시 2⁴ = 16, 진부분집합 2⁴ - 1 = 15

19~24년
 15~20
 20~25
 25~30
 30~35

경기도, 충청도, 경상도, 강원도, 제주도

1조

2조 (태양계)

(1) A = {지구는 수성형 행성}, B = {지구는 지구형 행성}, C = {지구는 행성계 행성}, D = {지구는 외행성}

(2) {수성, 금성, 지구, 화성} ∈ B

(3) B = {지구는 지구형 행성}, {수성, 금성, 지구, 화성}, {수성, 금성, 지구, 화성, 목성, 토성, 천하, 해왕성}

(4) n(B) = 4

(5) {수성, 금성, 지구, 화성} ⊂ A, {수성, 금성, 지구, 화성} ⊂ B

(6) 부분집합: 16개, 진부분집합: 15개

수성, 금성, 지구, 화성 ∈ B

14

IV-1. 집합

집합의 연산

학습 목표 · 합집합과 교집합, 여집합과 차집합의 뜻을 알고, 그 연산을 할 수 있다.

거꾸로 수업 과정 안내

수업 준비

- ▶ **학습 목표 제시** 이번 단원의 학습 목표를 제시하며, 전후 관련 학습 내용과 연관 짓는다.
- ▶ **디딤영상 내용 점검** 디딤영상의 주요 내용을 모듈별로 질문하며 확인할 수 있도록 한다.

수업의 개요

수업 의도

생활 주변에서 쉽게 찾을 수 있는 집합으로 합집합, 교집합, 여집합, 차집합을 각각 구해 보고 그 과정을 논리적으로 설명해 봄으로써 의사소통 능력을 기를 수 있게 한다. 또, 집합이 수학적 문제를 해결할 때 간결하고 논리적인 방법을 제공해 줄 수 있는 도구로 유용하게 활용됨을 느낄 수 있게 한다.

활동 1 집합의 연산 표현하기

모듈 내 구성원을 원소로 하는 집합을 정한 후 집합의 연산을 표현한 것을 발표하고 집합의 연산에 대한 개념을 익힌다.

활동 2 다양한 식으로 표현되는 집합 이해하기

식으로 다양하게 표현되는 집합이 서로 같은 집합임을 벤다이어그램과 집합의 연산 법칙을 통해 설명하고, 집합을 다양한 식으로 표현해 보면서 하나의 집합에 대하여 다양한 표현 방법이 있음을 확인한다.

활동 3 집합 이야기 - 문제 만들기

집합의 연산에 대한 문제를 만들고 해결해 보면서 집합이 활용되는 다양한 상황을 이해하고 논리적으로 해결하는 과정을 공유한다.

수업 정리

- ▶ **학습 확인** 이번 단원에서 배운 내용을 사례를 통해서 말할 수 있는지 확인한다.
- ▶ **개별, 모듈별 활동지 제출** 개별, 모듈별 활동지 및 결과물에 대해 피드백을 한다.

① 합집합과 교집합

(1) 합집합과 교집합

① 합집합: 두 집합 A, B 에 대하여 A 에 속하거나 B 에 속하는 모든 원소로 이루어진 집합을 A 와 B 의 합집합이라 한다.

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 또는 } x \in B\}$$

② 교집합: 두 집합 A, B 에 대하여 A 에도 속하고 B 에도 속하는 모든 원소로 이루어진 집합을 A 와 B 의 교집합이라 한다.

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 그리고 } x \in B\}$$

③ 서로소: 두 집합 A, B 에서 공통인 원소가 하나도 없을 때, 즉 $A \cap B = \emptyset$ 일 때, A 와 B 는 서로소라 한다.

(2) 합집합과 교집합의 원소의 개수 사이의 관계

두 유한집합 A, B 에 대하여

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

특히, A 와 B 가 서로소이면

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

(3) 집합의 연산 법칙

세 집합 A, B, C 에 대하여

① 교환법칙: $A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$

② 결합법칙: $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C), (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

③ 분배법칙: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C), A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

② 여집합과 차집합

(1) 전체집합: 어떤 집합에 대하여 그 부분집합을 생각할 때, 처음의 집합을 전체집합이라 하고, 기호 U 와 같이 나타낸다.

(2) 여집합과 차집합

① 여집합: 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여 U 의 원소 중에서 A 에 속하지 않는 모든 원소로 이루어진 집합을 U 에 대한 A 의 여집합이라 한다.

$$A^C = \{x \mid x \in U \text{ 그리고 } x \notin A\}$$

② 차집합: 두 집합 A, B 에 대하여 A 에 속하지만 B 에는 속하지 않는 모든 원소로 이루어진 집합을 A 에 대한 B 의 차집합이라 한다.

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ 그리고 } x \notin B\}$$

(3) 드모르간의 법칙

전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

① $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

② $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

활동 1 집합의 연산 표현하기

효과	모둠 내 구성원을 원소로 하여 집합을 정한 후 연산을 직접 해 보면서 집합의 연산에 대한 개념을 이해하고, 발표를 통해 다른 모둠과 공유하면서 다양한 사례의 집합의 연산에 대한 개념을 명확히 할 수 있다.
준비물	활동지, 모둠 칠판
수업 활동	<ol style="list-style-type: none"> ① 모둠 내 구성원을 원소로 하는 집합을 전체집합으로 하고, 세 집합을 자유롭게 정한다. 예) 안경을 쓴 학생의 집합, 자전거를 타고 등교하는 학생의 집합 등 ② 집합끼리 합집합, 교집합, 여집합, 차집합을 구해 본다. ③ 서로소인 두 집합도 찾아본다. ④ 모둠 칠판에 전체집합과 두 집합을 벤다이어그램으로 나타내고, 다양한 집합의 연산을 설명할 수 있게 정리한다. ⑤ 모둠별로 발표하여 내용을 공유하고 여러 사례를 통해 집합의 연산을 학습지에 정리한다.

활동 2 다양한 식으로 표현되는 집합 이해하기

효과	집합의 연산 법칙을 학습한 후 하나의 집합을 다양한 식으로 표현하는 과정을 통해 집합은 다양한 방법으로 표현될 수 있음을 이해할 수 있다.
준비물	활동지, A3 용지
수업 활동	<p>〈집합의 연산 법칙 이해하기〉</p> <ol style="list-style-type: none"> ① 집합의 연산 법칙과 여집합과 차집합의 성질, 드모르간의 법칙을 벤다이어그램을 이용하여 확인한다. ② 각자 집합의 연산 법칙과 성질을 정리한다. ③ 교사는 모둠을 돌며 집합의 연산 법칙과 성질에 대해 질문을 하고, 모둠별로 토의하는 기회를 제공한다. <p>〈벤다이어그램으로 나타낸 집합을 다양한 식으로 나타내기〉</p> <ol style="list-style-type: none"> ① 벤다이어그램으로 나타낸 집합을 최대한 다양한 식으로 표현해 본다. ② 표현된 식에 대하여 모둠원과 의견을 공유한다. ③ 모둠원의 대표를 뽑아 발표하는 시간을 갖는다.

활동지 1 집합의 연산 표현하기

활동 유형	모둠 활동	소요 시간	20분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	집합의 연산을 할 수 있다.			이름	

- 1 모둠 내 구성원을 원소로 하는 집합을 전체집합으로 하고, 세 집합을 자유롭게 만들어 보자.
(단, 전체집합은 U , 세 집합은 각각 A , B , C 로 나타낸다.)

예 U : 우리 모둠 학생, A : 안경을 쓴 학생, B : 자전거를 타고 등교하는 학생, C : 혈액형이 A형인 학생

- 2 1에서 만든 세 집합 A , B , C 로 다음 집합의 원소를 구해 보자. 또, 집합의 연산을 직접 만들고, 그 원소를 구해 보자.

주어진 집합의 원소 구하기	집합의 연산을 만들고, 그 집합의 원소 구하기
(1) $A \cup B$	(6) $A - B$
(2) $A \cap B$	(7) A^C
(3) $B - C$	(8) $B \cap C$
(4) B^C	(9) $A - C$
(5) $A \cup C$	(10) $A \cap C$

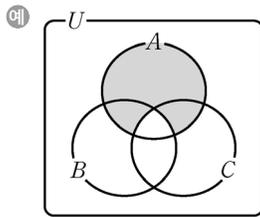
- 3 서로소인 두 집합이 있으면 기호로 표현해 보자.

- 4 위에서 정한 세 집합 A , B , C 중 두 집합을 벤다이어그램으로 나타내 보자.

활동지 2 다양한 식으로 표현되는 집합 이해하기

활동 유형	개별 + 모둠 활동	소요 시간	10분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	벤다이어그램으로 나타낸 집합을 다양한 식으로 표현할 수 있다.	이름			

※ 다음 예와 같이 아래 벤다이어그램에 색칠한 후, 다양한 식으로 표현해 보자.



다양한 식으로 표현하기

$$\Rightarrow A - (A \cap B \cap C)$$

$$\Rightarrow A - (B \cap C)$$

벤다이어그램 색칠하기	(1)	(2)
다양한 식으로 표현하기		
벤다이어그램 색칠하기	(3)	(4)
다양한 식으로 표현하기		

활동 3 집합 이야기 - 문제 만들기

<p>효과</p>	<p>집합의 연산에 대한 문제를 만들어 보고, 다른 모둠에서 만든 문제를 해결해 보면서 집합이 활용되는 다양한 상황을 이해하고 논리적으로 해결하는 능력을 키울 수 있다.</p>
<p>준비물</p>	<p>활동지, A4 용지 (모둠별 2장씩)</p>
<p>수업 활동</p>	<ol style="list-style-type: none"> ① 모둠별로 A4 용지에 집합의 연산에 대한 문제를 만들고, 뒷면에 풀이 과정과 답을 적는다. ② 모둠별로 다른 A4 용지에 실생활 소재를 이용하여 조건에 맞도록 문장형 문제로 변형하여 적고, 뒷면에 풀이 과정과 답을 적는다. ③ 모둠에서 2인 1조로 팀을 이루어 A팀은 식으로 적힌 문제를, B팀은 문장형 문제를 가지고 한 팀씩 <돌가고 돌남기> 활동을 통해 문제를 푼다. ④ 홀수 모둠은 B팀이, 짝수 모둠은 A팀이 자기 모둠에 남고, 나머지 팀은 다음 모둠으로 이동한다. ⑤ 3분 동안 다른 모둠 팀과 가지고 있는 문제를 교환하여 풀어 보고 답을 확인한 후, 해결 과정을 서로 이야기한다. 이때 각 모둠에서 3분씩 진행하고 다음 모둠으로 이동하여 문제 푸는 과정을 반복한다. ⑥ 자기 모둠으로 돌아와 어려웠던 문제나 틀리기 쉬운 문제를 모둠원들과 공유한다.
<p>유의점</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 다른 모둠 팀의 문제를 직접 풀어 볼 수 있도록 팀 카드를 가지고 이동하도록 안내한다. • 식과 문장으로 된 문제를 골고루 풀어 보며 점검할 수 있도록 하고, 답만 확인하기보다 풀이 과정을 이야기할 수 있도록 안내한다.

활동지 3 집합 이야기 - 문제 만들기

활동 유형	모둠 활동	소요 시간	25분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	집합의 연산에 대한 문제를 만들어 보고, 이를 해결할 수 있다.			이름	

팀 카드	1모둠 A팀 이름: _____ , _____	
문제	(2모둠 A팀)	
	(3모둠 B팀)	
	(4모둠 A팀)	
	(5모둠 B팀)	

※ 다른 모둠과 활동하면서 인상 깊었던 문제나 오류를 범하기 쉬운 부분을 정리해 보자.

활동 평가지

_____학년 _____반 _____번 이름 _____

① 내용 정리하기

- 오늘 배운 내용
- 가장 중요한 것
- 예를 들면

② 자기 평가하기

평가항목	평가내용	평가		
		상	중	하
내용 이해도	합집합, 교집합, 여집합, 차집합의 개념을 알고, 그 연산을 할 수 있는가?			
	집합의 연산 법칙과 성질을 설명할 수 있는가?			
	집합의 연산에 대한 문제를 만들고 해결할 수 있는가?			
활동 참여도	모둠별 과제를 해결하면서 과정에 대한 의견을 제시할 수 있는가?			

③ 모둠 평가하기

모둠원 이름	좋았던 점	바라는 점

평가 기준 및 유의점

| 평가항목 |

활동	평가항목	모둠				
		1	2	3	4	5
1	새로운 집합을 정하고, 집합의 연산을 할 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
2	집합의 연산 법칙과 벤다이어그램으로 나타낸 집합에 대해 논리적으로 설명할 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
3	다양한 소재로 집합의 연산에 대한 문제를 만들고, 이를 해결할 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				

| 평가 진행시 유의점 |

- 모둠원들이 모두 참여하여 각자의 역할을 하고 있는지 확인한다.
- 집합을 다양한 식으로 표현하는 과정을 논리적으로 설명할 수 있는지에 대한 평가는 수업 직후에 상호평가한다.
- 다양한 소재로 문제를 만들었는지 확인한다.
- 문제를 해결하는 과정을 설명할 수 있는지에 대한 평가는 수업 직후에 상호평가한다.

| 학교 생활기록부 기재 예시 |

수준	세부능력 및 특기사항
상	집합의 연산에 대한 성질을 이용하여 집합의 연산을 할 수 있고, 집합을 다양한 방법으로 표현하여 논리적으로 설명할 수 있다.
중	주어진 집합에 대하여 합집합, 교집합, 여집합, 차집합을 구할 수 있고, 집합의 연산에 대한 성질을 말할 수 있다.
하	벤다이어그램으로 나타낸 두 집합의 합집합, 교집합, 여집합, 차집합을 구할 수 있다.

활동 실생활에서 집합 문제 만들기

- ① 각자 실생활과 관련된 집합을 하나 정한 후 활동지에 3문항을 만들어 본다.
- ② 문제에 대한 답도 따로 적어 둔다.
- ③ 각자 만든 활동지를 모둠별로 공유하며 문제와 답이 맞는지 점검한다.
- ④ 모둠에서 만든 활동지를 모두 모아 다른 모둠으로 넘긴다.
- ⑤ 다른 모둠에서 받은 활동지의 문제를 5분 동안 풀어 본 후, 활동지 뒷면에 포스트잇으로 답을 적어 붙인 뒤 다음 모둠으로 넘긴다.
- ⑥ 뒷면을 보지 않고 직접 문제를 해결해 보며 자신의 답을 다른 색상의 포스트잇에 적어 학습지 활동지 뒷면에 붙인다.
- ⑦ 모둠 전체가 돌아가며 활동을 한 후 원래 모둠으로 돌아오면 친구들이 포스트잇에 적었던 답을 확인하고 채점한다.
- ⑧ 채점 후 피드백을 적어 포스트잇을 작성한 친구에게 돌려 준다.

〈활동지 예시〉

수업 활동

실생활과 관련된 집합을 하나 정하고, 아래 내용들을 구할 수 있는 문제와 답을 적어 보자.
(3문제 이상)

집합, 원소, 원소나열법, 조건제시법, 벤다이어그램, 공집합, $n(A)$, 부분집합, 부분집합의 개수, 진부분집합, 서로 같은 집합

집합:

(1)

(2)

(3)

유의점

- 실생활 사례로 문제를 직접 만들어 보면서 학습했던 개념들을 떠올릴 수 있도록 한다.
- 문항 출제 시 같은 유형으로 만들지 않도록 유의하며, 문제를 해결할 때는 친구들의 답을 보지 않고 스스로 해결해 볼 수 있도록 안내한다.

15

IV-2. 명제

명제와 조건

- 학습 목표**
- 명제와 조건의 뜻을 알고 '모든', '어떤'을 포함한 명제를 이해한다.
 - 명제의 역과 대우를 이해한다.
 - 충분조건과 필요조건을 이해하고 구별할 수 있다.

거꾸로 수업 과정 안내

수업 준비

- ▶ **학습 목표 제시** 이번 단원의 학습 목표를 제시하며, 전후 관련 학습 내용과 연관 짓는다.
- ▶ **디딤영상 내용 점검** 디딤영상의 주요 내용을 환기시키며 거꾸로 수업을 준비한다.

수업의 개요

수업 의도

평소에 사용하는 문장의 참, 거짓을 명확히 나타낼 수 있는지 알아보고, 수학에서의 문장은 누가 읽더라도 같은 의미로 이해할 수 있도록 표현되어야 함을 이해하게 한다. 또, 의사소통에서 발생할 수 있는 오류를 줄이기 위해 문장을 기호화한 후, 스스로 정확하고 간결하게 표현하여 참, 거짓을 판별해 볼 수 있게 한다.

활동1 참일까? 거짓일까?

논리적 모순을 일으키는 문장이 참인지 거짓인지 짝과 함께 토론해 보고 생각을 정리하면서 명제의 개념을 익힌다.

활동2 조건을 명제로 만드는 방법

조건을 명제로 만들어 주는 두 가지 방법을 익히고, 각각의 다양한 예시를 통해 스스로 명제를 만들어 보는 활동이다.

활동3 명제를 변형하여 새로운 명제 만들기

명제에 있는 조건의 위치를 바꾸거나 부정하면서 새로운 명제를 만들 수 있음을 알고, 참, 거짓을 판별해 보는 활동이다.

활동4 명제 단위 한 번에 확인하기

명제의 역과 대우를 찾고 충분조건과 필요조건을 구별하는 것까지 개념을 한 번에 확인한다.

수업 정리

- ▶ **학습 확인** 이번 단원에서 배운 내용을 사례를 통해서 말할 수 있는지 확인한다.
- ▶ **개별, 모둠별 활동지 제출** 개별, 모둠별 활동지 및 결과물에 대해 피드백을 한다.

① 명제

(1) 명제와 그 부정

- ① 명제: 참 또는 거짓을 명확하게 판별할 수 있는 문장이나 식
- ② 명제 p 에 대하여 ‘ p 가 아니다.’를 명제 p 의 부정이라 하며, 기호로 $\sim p$ 와 같이 나타낸다.

(2) 조건과 진리집합

- ① 조건: 변수를 포함하는 문장이나 식 중에서 변수의 값에 따라 참, 거짓을 판별할 수 있는 것
- ② 전체집합 U 의 원소 중에서 조건 p 를 참이 되게 하는 모든 원소의 집합을 조건 p 의 진리집합이라 한다.

(3) 명제 $p \rightarrow q$ 의 참, 거짓

명제 $p \rightarrow q$ 에 대하여 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때,

- ① $P \subset Q$ 이면 명제 $p \rightarrow q$ 는 참이고, 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이면 $P \subset Q$ 이다.
- ② $P \not\subset Q$ 이면 명제 $p \rightarrow q$ 는 거짓이고 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓이면 $P \not\subset Q$ 이다.

(4) ‘모든’이나 ‘어떤’을 포함한 명제의 참, 거짓

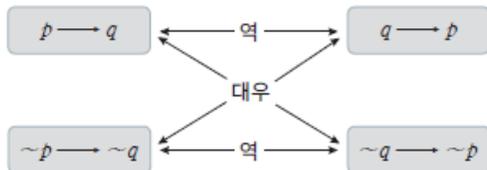
전체집합 U 에 대하여 조건 p 의 진리집합을 P 라 할 때,

- ① $P = U$ 이면 ‘모든 x 에 대하여 p 이다.’는 참이고, $P \neq U$ 이면 ‘모든 x 에 대하여 p 이다.’는 거짓이다.
- ② $P \neq \emptyset$ 이면 ‘어떤 x 에 대하여 p 이다.’는 참이고, $P = \emptyset$ 이면 ‘어떤 x 에 대하여 p 이다.’는 거짓이다.

② 명제의 역과 대우

(1) 명제의 역과 대우

- ① 명제 $p \rightarrow q$ 에서 가정과 결론을 서로 바꾼 명제 $q \rightarrow p$ 를 명제 $p \rightarrow q$ 의 역이라 한다.
- ② 명제 $p \rightarrow q$ 에서 가정과 결론을 각각 부정하여 서로 바꾼 명제 $\sim q \rightarrow \sim p$ 를 명제 $p \rightarrow q$ 의 대우라 한다.
- ③ 명제 $p \rightarrow q$ 와 그 역, 대우 사이의 관계를 그림으로 나타내면 다음과 같다.



(2) 명제와 그 대우의 참, 거짓

- ① 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이면 그 대우 $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 참이다.
- ② 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓이면 그 대우 $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 거짓이다.

③ 충분조건과 필요조건

- (1) $p \rightarrow q$ 가 참일 때, 기호로 $p \implies q$ 와 같이 나타낸다.
 $p \implies q$ 일 때, p 는 q 이기 위한 충분조건, q 는 p 이기 위한 필요조건이라 한다.
- (2) 명제 $p \rightarrow q$ 에 대하여 $p \implies q$ 이고 $q \implies p$ 일 때, 기호로 $p \iff q$ 와 같이 나타내고, p 는 q 이기 위한 필요충분조건이라 한다.

활동 1 참일까? 거짓일까?

효과	주어진 문장이 참인지 거짓인지 짝과 함께 토론해 보고 논리적 모순을 찾아보는 활동을 통해 명제의 개념을 명확하게 익힐 수 있다.
준비물	활동지
수업 활동	<ol style="list-style-type: none"> ① 각 모둠에 같은 문장 3가지를 제시한다. ② 각각의 문장이 참인지, 거짓인지 짝과 함께 이야기해 본다. ③ 짝과 함께 이야기한 후, 모둠 내에서 한 사람당 한 문장씩 짝과 이야기한 내용을 공유한다. ④ 공유한 내용을 토대로 자신의 활동지에 생각을 정리한다.
유의점	<ul style="list-style-type: none"> • 문장의 참, 거짓을 짝과 함께 이야기할 때, 자신의 의견만 주장하지 않고 서로의 의견을 경청할 수 있도록 안내한다.

활동 2 조건을 명제로 만드는 마법

효과	두 조건을 연결하여 하나의 명제로 만들거나 주어진 조건에 단어를 넣어 명제로 만드는 방법을 학습하면서 참, 거짓을 판별할 수 없는 조건을 판별이 가능한 명제로 변형하는 과정을 이해할 수 있다.
준비물	활동지
수업 활동	<ol style="list-style-type: none"> ① 실생활에서 문장 'p이면 q이다.' 를 찾아본다. ② 모둠 내에서 공유하고 모둠별로 재치있는 문장을 하나씩 선별한다. ③ 모둠별로 한 문장씩 발표한다. ④ 활동지에 주어진 표를 작성하며 두 조건을 연결하면 참, 거짓을 판별할 수 있는 명제가 됨을 이해한다. ⑤ 모둠에서 찾은 조건 p 앞에 '모든'이나 '어떤'을 넣어 새로운 명제를 만들어 본다.

활동지 1 참일까? 거짓일까?

활동 유형	모둠 활동	소요 시간	20분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	명제와 조건의 뜻을 안다.			이름	

(1) 수시로 거짓말을 하는 거짓말쟁이가 이렇게 말했다.

“나는 지금 거짓말을 하고 있다.”

거짓말쟁이가 한 말은 참일까, 거짓일까?

(2) 거짓말을 할 때만 코가 길어지는 피노키오가 이렇게 말했다.

“지금 내 코가 길어지고 있어!”

피노키오는 거짓말을 하고 있을까?

(3) 이발사 가위손 씨는 다음과 같은 신념을 가지고 이발소를 운영하고 있다.

나는 자신이 스스로 면도하지 않는 사람만 면도해 준다.

그렇다면 가위손 씨는 누가 면도를 해 줄까?

1 위의 3가지 문장에 대해 짝과 함께 이야기한 후, 각 문장 아래에 주어진 문제에 대한 생각을 정리해 보자.

- (1) 거짓말쟁이의 말이 참이면 지금 거짓말을 하고 있으므로 참이라는 말이 성립하지 않고, 거짓말쟁이의 말이 거짓이면 지금 거짓말을 하고 있지 않으므로 모순이다. 따라서 참도 거짓도 아닌 문장이다.
- (2) 피노키오의 말이 거짓이면 코가 길어지기 때문에 피노키오가 한 말은 참이다. 하지만 피노키오의 말이 참이면 지금 코가 길어지고 있으므로 피노키오가 한 말은 거짓이다. 따라서 참도 거짓도 아닌 문장이다.
- (3) 가위손 씨가 스스로 면도를 한다면 신념에 위배될 것이고, 스스로 면도하지 않는다면 신념에 의해 면도를 해야 한다. 가위손 씨는 신념 때문에 스스로 면도를 할 수도 없고 하지 않을 수도 없게 된다.

2 위 문장들의 공통점은 무엇인가?

참인지 거짓인지 명확하게 판별할 수 없는 모순인 문장으로 명제가 아니다.

활동지 2 조건을 명제로 만드는 마법

활동 유형	모둠 활동	소요 시간	25분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	명제 $p \rightarrow q$ 를 만들고, 참과 거짓을 판별할 수 있다.			이름	

1 실생활에서 ‘~이면 ~이다.’ 꼴로 나타낼 수 있는 문장을 찾아 적어 보자.

2 다음 표를 완성해 보자.

	조건 p	조건 q	명제 $p \rightarrow q$	진리집합 P, Q	P, Q 의 포함 관계	참/거짓
(1)	$ x > 1$	$x > 1$	$ x > 1$ 이면 $x > 1$ 이다.	$P = \{x \mid x < -1 \text{ 또는 } x > 1\}$ $Q = \{x \mid x > 1\}$	$Q \subset P$	거짓
(2)	$x^2 = 4$	$x = 2$	$x^2 = 4$ 이면 $x = 2$ 이다.	$P = \{-2, 2\}$ $Q = \{2\}$	$Q \subset P$	거짓
(3)	x 는 9의 배수이다.	x 는 3의 배수이다.	x 가 9의 배수이면 x 는 3의 배수이다.	$P = \{9, 18, 27, \dots\}$ $Q = \{3, 6, 9, \dots\}$	$P \subset Q$	참
(4)	x 는 소수이다.	x 는 홀수이다.	x 가 소수이면 x 는 홀수이다.	$P = \{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}$ $Q = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$	$P \not\subset Q$	거짓
(5)	$x = 1$	$x^2 = 1$	$x = 1$ 이면 $x^2 = 1$ 이다.	$P = \{1\}$ $Q = \{-1, 1\}$	$P \subset Q$	참
(6)	$x < 3$	$x < 1$	$x < 3$ 이면 $x < 1$ 이다.	$P = \{x \mid x < 3\}$ $Q = \{x \mid x < 1\}$	$Q \subset P$	거짓

3 조건을 하나씩 정한 후, 조건 앞에 ‘모든’이나 ‘어떤’을 넣어 새로운 명제를 만들어 보자.

활동 3 명제를 변형하여 새로운 명제 만들기

효과	두 조건을 이용하여 명제 $p \rightarrow q$ 를 만들어 그 역과 대우의 참, 거짓을 판별해 보고 충분조건과 필요조건을 구별할 수 있다.
준비물	활동지, 조건 카드 (10세트)
수업 활동	<ol style="list-style-type: none"> 조건 카드 10세트를 제공한다. 학생들은 조건 카드를 무작위로 한 명당 한 장씩 가져간다. 10분 동안 교실을 돌아다니면서 조건을 연결하여 명제가 참이 되도록 만들 수 있는 짝을 만나면 짝끼리 자리에 앉는다. 자리에 돌아오면 짝끼리 참인 명제의 역과 대우를 적어 보고 역과 대우의 참, 거짓을 판별한다. 또, 나와 짝이 만든 명제에서 충분조건과 필요조건을 찾아본다.

활동 4 명제 단원 한 번에 확인하기

효과	조건 p, q 를 선정하여 명제를 만들어 보고 명제의 역과 대우뿐만 아니라 충분조건과 필요조건까지 전반적으로 정리해 볼 수 있다.																																																															
준비물	A4 용지																																																															
수업 활동	<ol style="list-style-type: none"> 명제의 역과 대우를 찾고, 참, 거짓을 판단해 보는 활동지를 만들고 빈칸을 채운다. <div style="text-align: center;">〈활동지 예시〉</div> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th></th> <th>조건 p</th> <th>조건 q</th> <th>명제 $p \rightarrow q$</th> <th>참/거짓</th> <th>역 ($q \rightarrow p$)</th> <th>참/거짓</th> <th>대우 ($\neg p \vee q$)</th> <th>참/거짓</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>(1)</td> <td>$x > 1$</td> <td>$x > 1$</td> <td>$x > 1$ 이면 $x > 1$ 이다.</td> <td>거짓</td> <td>$x > 1$ 이면 $x > 1$ 이다.</td> <td>참</td> <td>$x > 1$ 이면 $x > 1$ 이다.</td> <td>참</td> </tr> <tr> <td>(2)</td> <td>$x^2 = 4$</td> <td>$x = 2$</td> <td>$x^2 = 4$ 이면 $x = 2$ 이다.</td> <td>거짓</td> <td>$x = 2$ 이면 $x^2 = 4$ 이다.</td> <td>참</td> <td>$x^2 = 4$ 이면 $x^2 = 4$ 이다.</td> <td>참</td> </tr> <tr> <td>(3)</td> <td>x가 9의 배수</td> <td>x는 3의 배수</td> <td>x가 9의 배수 이면 x는 3의 배수 이다.</td> <td>참</td> <td>x는 3의 배수 이면 x가 9의 배수 이다.</td> <td>거짓</td> <td>x가 9의 배수 이면 x는 3의 배수 이다.</td> <td>참</td> </tr> <tr> <td>(4)</td> <td>x가 소수</td> <td>x는 홀수</td> <td>x가 소수 이면 x는 홀수 이다.</td> <td>거짓</td> <td>홀수 이면 x가 소수 이다.</td> <td>거짓</td> <td>x가 소수 이면 x는 홀수 이다.</td> <td>참</td> </tr> <tr> <td>(5)</td> <td>$x = 0$</td> <td>$x^2 = 0$</td> <td>$x = 0$ 이면 $x^2 = 0$ 이다.</td> <td>참</td> <td>$x^2 = 0$ 이면 $x = 0$ 이다.</td> <td>참</td> <td>$x^2 = 0$ 이면 $x^2 = 0$ 이다.</td> <td>참</td> </tr> <tr> <td>(6)</td> <td>$x < 3$</td> <td>$x < 1$</td> <td>$x < 3$ 이면 $x < 1$ 이다.</td> <td>거짓</td> <td>$x < 1$ 이면 $x < 3$ 이다.</td> <td>참</td> <td>$x < 3$ 이면 $x < 3$ 이다.</td> <td>참</td> </tr> </tbody> </table> 각 명제에서 충분조건과 필요조건, 필요충분조건을 구분하여 찾아본다. 		조건 p	조건 q	명제 $p \rightarrow q$	참/거짓	역 ($q \rightarrow p$)	참/거짓	대우 ($\neg p \vee q$)	참/거짓	(1)	$ x > 1$	$x > 1$	$ x > 1$ 이면 $x > 1$ 이다.	거짓	$x > 1$ 이면 $ x > 1$ 이다.	참	$ x > 1$ 이면 $ x > 1$ 이다.	참	(2)	$x^2 = 4$	$x = 2$	$x^2 = 4$ 이면 $x = 2$ 이다.	거짓	$x = 2$ 이면 $x^2 = 4$ 이다.	참	$x^2 = 4$ 이면 $x^2 = 4$ 이다.	참	(3)	x 가 9의 배수	x 는 3의 배수	x 가 9의 배수 이면 x 는 3의 배수 이다.	참	x 는 3의 배수 이면 x 가 9의 배수 이다.	거짓	x 가 9의 배수 이면 x 는 3의 배수 이다.	참	(4)	x 가 소수	x 는 홀수	x 가 소수 이면 x 는 홀수 이다.	거짓	홀수 이면 x 가 소수 이다.	거짓	x 가 소수 이면 x 는 홀수 이다.	참	(5)	$x = 0$	$x^2 = 0$	$x = 0$ 이면 $x^2 = 0$ 이다.	참	$x^2 = 0$ 이면 $x = 0$ 이다.	참	$x^2 = 0$ 이면 $x^2 = 0$ 이다.	참	(6)	$x < 3$	$x < 1$	$x < 3$ 이면 $x < 1$ 이다.	거짓	$x < 1$ 이면 $x < 3$ 이다.	참	$x < 3$ 이면 $x < 3$ 이다.	참
	조건 p	조건 q	명제 $p \rightarrow q$	참/거짓	역 ($q \rightarrow p$)	참/거짓	대우 ($\neg p \vee q$)	참/거짓																																																								
(1)	$ x > 1$	$x > 1$	$ x > 1$ 이면 $x > 1$ 이다.	거짓	$x > 1$ 이면 $ x > 1$ 이다.	참	$ x > 1$ 이면 $ x > 1$ 이다.	참																																																								
(2)	$x^2 = 4$	$x = 2$	$x^2 = 4$ 이면 $x = 2$ 이다.	거짓	$x = 2$ 이면 $x^2 = 4$ 이다.	참	$x^2 = 4$ 이면 $x^2 = 4$ 이다.	참																																																								
(3)	x 가 9의 배수	x 는 3의 배수	x 가 9의 배수 이면 x 는 3의 배수 이다.	참	x 는 3의 배수 이면 x 가 9의 배수 이다.	거짓	x 가 9의 배수 이면 x 는 3의 배수 이다.	참																																																								
(4)	x 가 소수	x 는 홀수	x 가 소수 이면 x 는 홀수 이다.	거짓	홀수 이면 x 가 소수 이다.	거짓	x 가 소수 이면 x 는 홀수 이다.	참																																																								
(5)	$x = 0$	$x^2 = 0$	$x = 0$ 이면 $x^2 = 0$ 이다.	참	$x^2 = 0$ 이면 $x = 0$ 이다.	참	$x^2 = 0$ 이면 $x^2 = 0$ 이다.	참																																																								
(6)	$x < 3$	$x < 1$	$x < 3$ 이면 $x < 1$ 이다.	거짓	$x < 1$ 이면 $x < 3$ 이다.	참	$x < 3$ 이면 $x < 3$ 이다.	참																																																								

활동지 3 명제를 변형하여 새로운 명제 만들기

활동 유형	짝 활동	소요 시간	25분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	명제의 역과 대우를 이해하고, 충분조건과 필요조건을 구별할 수 있다.			이름	

조건 카드

※ 다음 조건 카드를 잘라 무작위로 섞은 후 한 명당 한 장씩 가져간다.

x 는 2보다 큰 소수이다.	x 는 홀수이다.	x 는 10의 배수이다.	x 는 5의 배수이다.
$x^2 = 9$	$x = 3$	$x > 1$	$x \geq 2$
x 는 강아지이다.	x 는 동물이다.	x 는 8의 약수이다.	x 는 4의 약수이다.
$x < 4$	$x < 2$	$x^2 \leq 1$	$ x \leq 1$
x 는 정사각형이다.	x 는 직사각형이다.	x 는 유리수이다.	x 는 자연수이다.

- 1 교실을 돌아다니며 내가 뽑은 조건 카드와 연결하였을 때 참인 명제를 만들 수 있는 조건 카드를 가진 짝을 찾아보자.

나와 짝이 만든 명제는 무엇인가? 그 명제의 역과 대우도 적고, 참, 거짓을 판별해 보자.

명제: 예 4의 약수이면 8의 약수이다. (참)

역: 8의 약수이면 4의 약수이다. (거짓)

대우: 8의 약수가 아니면 4의 약수가 아니다. (참)

- 2 나와 짝이 만든 명제에서 충분조건과 필요조건을 찾아보자.

예 4의 약수인 것은 8의 약수이기 위한 충분조건, 8의 약수인 것은 4의 약수이기 위한 필요조건이다.

활동 평가지

_____학년 _____반 _____번 이름 _____

① 내용 정리하기

- 오늘 배운 내용
- 가장 중요한 것
- 예를 들면

② 자기 평가하기

평가항목	평가내용	평가		
		상	중	하
내용 이해도	명제와 조건의 뜻을 이해할 수 있는가?			
	명제의 역과 대우를 찾고, 충분조건과 필요조건을 구별할 수 있는가?			
활동 참여도	짝과 함께 토론할 때, 적극적으로 참여하고 상대방의 의견을 경청 하였는가?			

③ 모둠 평가하기

모둠원 이름	좋았던 점	바라는 점

평가 기준 및 유의점

| 평가항목 |

활동	평가항목	모둠				
		1	2	3	4	5
1	문장의 역설을 논리적으로 설명하고, 명제의 뜻을 명확하게 이해하였는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
2	두 조건을 연결하거나 조건 앞에 '모든'이나 '어떤'을 넣어 명제로 만드는 과정을 이해하였는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
3	명제의 역과 대우를 찾고, 충분조건과 필요조건을 구별할 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
4	명제의 역과 대우의 참, 거짓을 판별하고, 충분조건과 필요조건을 구별할 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				

| 평가 진행시 유의점 |

- 모둠원들이 모두 참여하여 각자의 역할을 하고 있는지 확인한다.
- 명제에 대하여 토론하는 과정에서 논리적으로 설명할 수 있는지에 대한 평가는 수업 직후에 상호평가한다.
- 짝의 설명을 잘 듣고 발언권을 동등하게 가졌는지에 대한 평가는 수업 직후에 상호평가한다.

| 학교 생활기록부 기재 예시 |

수준	세부능력 및 특기사항
상	명제가 참 또는 거짓인 이유를 논리적으로 설명할 수 있으며, 조건의 진리집합을 구하고 '모든', '어떤'을 포함한 명제의 참, 거짓을 판별하여 그 이유를 설명할 수 있다. 명제의 역과 대우를 말하고, 참, 거짓을 판별할 수 있으며, 조건의 진리집합 사이의 관계를 통해 충분조건, 필요조건, 필요충분조건을 구별할 수 있다.
중	조건의 진리집합을 구할 수 있으며 명제의 역과 대우를 말할 수 있다. 충분조건, 필요조건, 필요충분조건을 구별할 수 있다.
하	명제와 조건을 구분할 수 있다. 충분조건, 필요조건, 필요충분조건의 뜻을 말할 수 있다.

16

IV-2. 명제

명제의 증명

학습 목표

- 명제의 대우를 이용한 증명법과 귀류법을 이해한다.
- 절대부등식의 뜻을 이해하고, 간단한 절대부등식을 증명할 수 있다.

거꾸로 수업 과정 안내

수업 준비

- ▶ **학습 목표 제시** 이번 단원의 학습 목표를 제시하며, 전후 관련 학습 내용과 연관짓는다.
- ▶ **디딤영상 내용 점검** 디딤영상의 주요 내용을 환기시키며 거꾸로 수업을 준비한다.

수업의 개요

수업 의도

주어진 식이나 도형의 성질이 성립함을 논리적으로 증명하는 방법을 익히고, 수학적인 사고력을 신장시킬 수 있게 한다.

활동 1 증명의 흐름 파악하기

단계별로 제공되는 활동을 통해 대우를 이용한 증명법 및 귀류법을 모듈별로 협력하여 파악해 보고, 마지막 단계에서는 스스로 증명해 본다.

활동 2 절대부등식을 연역적으로 증명하기

절대부등식의 개념을 이해하고 연역적인 방법으로 증명해 본다.

활동 3 절대부등식을 도형으로 증명하기

절대부등식을 도형을 이용하여 증명해 본다.

수업 정리

- ▶ **학습 확인** 이번 단원에서 배운 내용을 사례를 통해서 말할 수 있는지 확인한다.
- ▶ **개별, 모듈별 활동지 제출** 개별, 모듈별 활동지 및 결과물에 대해 피드백을 한다.

디딤영상 주요 내용

- ① **대우를 이용한 증명법:** 어떤 명제가 참임을 증명할 때, 그 대우가 참임을 보이는 증명 방법
- ② **귀류법:** 어떤 명제가 참임을 증명할 때, 그 명제 또는 명제의 결론을 부정하면 모순이 생긴다는 것을 보이는 증명 방법
- ③ **절대부등식:** 전체집합에 속한 모든 값에 대하여 성립하는 부등식

활동 1 | 증명의 흐름 파악하기

<p>효과</p>	<p>단계별로 제공되는 활동으로 명제를 증명하는 흐름을 모둠별로 파악해 보고, 스스로 증명할 수 있다.</p>
<p>준비물</p>	<p>교과서, 활동지, A4 용지</p>
<p>수업 활동</p>	<ol style="list-style-type: none"> ① 교과서의 간단한 증명 문제 중 증명의 흐름을 파악할 수 있는 문제를 보며 증명하는 방법에 대하여 모둠별로 이야기해 본다. ② 증명 과정을 제시하고 모둠원들이 생각한 흐름대로 전개되었는지 확인한 후, A4 용지에 직접 증명 과정을 적어 본다. ③ 대우를 이용한 증명법 및 귀류법으로 증명할 수 있는 문제를 활동지에 모아 제공한다. ④ 증명 과정을 파악할 수 있도록 모둠별로 활동지의 증명 과정 전체 내용을 읽어 보며 토의한다. ⑤ 활동지의 증명 과정에서 빈칸을 채우고, 증명 과정의 문장 또는 식을 잘라서 순서대로 다시 배열해 본다. ⑥ 스스로 A4 용지에 증명 과정을 적어 본다. <div data-bbox="548 927 1159 1278" data-label="Image"> </div> <p style="text-align: center;">△ 스스로 증명 과정을 적는 모습</p>
<p>유의점</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 단계별로 제공되는 활동은 모둠원끼리 협력하여 해결할 수 있지만, 최종 단계는 스스로 증명을 할 수 있어야 하므로 반드시 개인별로 증명 과정을 파악할 수 있는 시간을 갖도록 안내한다.

활동지 1 증명의 흐름 파악하기

활동 유형	모둠 활동	소요 시간	30분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	대우를 이용한 증명법과 귀류법을 이해하고, 이를 이용하여 증명할 수 있다.			이름	

1 자연수 n 에 대하여 명제 ‘ n^2 이 짝수이면 n 도 짝수이다.’가 참임을 증명해 보자.

증명 주어진 명제의 대우는 ‘ n 이 홀수이면 n^2 도 홀수이다.’이다.

n 이 홀수이면

$n = 2k+1$ (k 는 0 또는 자연수)로 나타낼 수 있으므로

$$n^2 = (2k+1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(2k^2 + 2k) + 1$$

이때 $2k^2 + 2k$ 는 0 또는 자연수이므로 n^2 은 홀수이다.

따라서 주어진 명제의 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.

2 명제 ‘ $1 + \sqrt{2}$ 가 무리수이다.’가 참임을 귀류법을 이용하여 증명해 보자.

증명 $1 + \sqrt{2}$ 가 무리수가 아니라고 가정하면 $1 + \sqrt{2}$ 는 유리수이므로

유리수 a 에 대하여 $1 + \sqrt{2} = a$ 로 나타낼 수 있다.

$\sqrt{2} = a - 1$ 이고 유리수끼리의 뺄셈은 유리수이므로 $a - 1$ 은 유리수이다.

그런데 좌변의 $\sqrt{2}$ 는 무리수이므로 모순이다.

따라서 $1 + \sqrt{2}$ 는 무리수이다.

- 3 다음은 자연수 n 에 대하여 명제 ‘ n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이다.’가 참임을 증명한 과정을 잘라서 나타낸 것이다. 증명 과정을 순서대로 재배치해 보자.

주어진 명제의 대우는	n 이 짝수이면
$n = 2k$ (k 는 자연수)	$n^2 = (2k)^2 = 4k^2$
따라서 주어진 명제의 대우가 참이므로	‘ n 이 짝수이면 n^2 도 짝수이다.’이다.
이때 $(2k)^2$ 은 짝수이므로	주어진 명제도 참이다.
n^2 도 짝수이다.	로 나타낼 수 있으므로

증명 주어진 명제의 대우는 ‘ n 이 짝수이면 n^2 도 짝수이다.’이다.
 n 이 짝수이면 $n = 2k$ (k 는 자연수)로 나타낼 수 있으므로
 $n^2 = (2k)^2 = 4k^2$
 이때 $(2k)^2$ 는 짝수이므로 n^2 도 짝수이다.
 따라서 주어진 명제의 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.

활동 2 절대부등식을 연역적으로 증명하기

효과	전체집합에 속한 모든 값에 대하여 성립하는 절대부등식의 개념을 이해하고, 이를 연역적으로 증명하는 능력을 기를 수 있다.
준비물	교과서
수업 활동	<ol style="list-style-type: none"> ① 교과서에 제시된 문제의 식을 변형하는 과정을 통해 절대부등식을 증명한다. ② 등호가 성립하는 조건을 반드시 찾아본다. ③ 모듈별로 함께 증명하면서 서로 맞는지 확인한다.
유의점	• 잘못된 부분은 서로 가르쳐 주면서 바르게 증명할 수 있도록 순회 지도한다.

활동 3 절대부등식을 도형으로 증명하기

효과	절대부등식을 기하학적 성질을 이용하여 증명하는 능력을 기를 수 있다.
준비물	활동지
수업 활동	<ol style="list-style-type: none"> ① 모듈별로 도형을 크게 프린트하여 제공하고, 이를 토대로 부등식을 확인해 본 후 모듈별로 절대부등식 증명 과정을 작성해 본다. ② 도형 속에서 등호가 성립하는 조건을 반드시 찾아본다.

활동지 3 절대부등식을 도형으로 증명하기

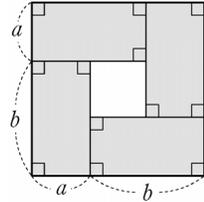
활동 유형	모둠 활동	소요 시간	30분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	도형을 이용하여 절대부등식을 증명할 수 있다.			이름	

- 1 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 $a+b$ 인 정사각형을 이용하여 $a > 0, b > 0$ 일 때, 부등식 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ 가 성립함을 증명해 보자.

한 변의 길이가 $a+b$ 인 정사각형의 넓이는 $(a+b)^2$ 이고, 색칠된 작은 직사각형 4개의 넓이의 합은 $4ab$ 이므로 $(a+b)^2 \geq 4ab$

따라서 $a+b \geq 2\sqrt{ab}$, $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ 가 되어 부등식이 성립한다.

여기서 등호가 성립하려면 가운데 흰 정사각형의 넓이가 0이 되어야 하므로 $(a-b)^2 = 0$, 즉 $a=b$ 일 때 등호가 성립한다.



- 2 오른쪽 그림과 같이 지름의 길이가 $a+b$ 인 반원을 이용하여 $a > 0, b > 0$ 일 때, 부등식 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ 가 성립함을 증명해 보자.

원의 지름의 길이가 $a+b$ 이므로 $\overline{AO} = \frac{a+b}{2}$

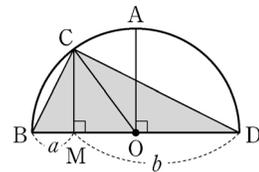
또, $\triangle CMO$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\begin{aligned} \overline{CM} &= \sqrt{\overline{CO}^2 - \overline{MO}^2} = \sqrt{\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a+b}{2} - a\right)^2} \\ &= \sqrt{ab} \end{aligned}$$

두 선분 AO, CM 의 길이를 비교하면 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ 가 성립한다.

여기서 등호가 성립하려면 두 선분 AO, CM 의 길이가 같아야 하므로 직각삼각형 BCD 가 이등변삼각형이 되어야 한다.

즉, $a=b$ 일 때 등호가 성립한다.



활동 평가지

_____학년 _____반 _____번 이름 _____

① 내용 정리하기

- 오늘 배운 내용
- 가장 중요한 것
- 예를 들면

② 자기 평가하기

평가항목	평가내용	평가		
		상	중	하
내용 이해도	대우를 이용한 증명법과 귀류법을 이해하고, 이를 이용하여 증명할 수 있는가?			
	절대부등식을 연역적으로 증명할 수 있는가?			
	도형을 이용하여 절대부등식을 증명할 수 있는가?			
활동 참여도	증명의 중간 과정을 찾는 활동에서 서로의 의견을 경청하고 협력하였는가?			

③ 모둠 평가하기

모둠원 이름	좋았던 점	바라는 점

평가 기준 및 유의점

| 평가항목 |

활동	평가항목	모둠				
		1	2	3	4	5
1	대우를 이용한 증명법과 귀류법을 이용하여 명제가 참임을 증명하였는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
2	부등식의 성질을 이용하여 절대부등식을 잘 증명하였는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
3	도형을 이용하여 절대부등식을 잘 증명하였는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				

| 평가 진행시 유의점 |

- 대우를 이용한 증명법과 귀류법 증명에서 단계별로 증명을 이해했는지에 대한 평가는 수업 직후에 상호평가한다.
- 부등식의 성질 또는 도형을 이용하여 절대부등식을 증명할 수 있는지에 대한 평가는 상호평가한다.

| 학교 생활기록부 기재 예시 |

수준	세부능력 및 특기사항
상	대우를 이용한 증명법과 귀류법으로 주어진 명제를 증명할 수 있다. 절대부등식의 의미를 이해하고, 부등식 성질이나 도형을 이용하여 간단한 절대부등식을 증명할 수 있다.
중	대우를 이용한 증명법과 귀류법으로 증명하는 과정을 빈칸 채우기 또는 순서 나열을 통해 완성할 수 있고, 절대부등식인 것과 아닌 것을 구분할 수 있다.
하	절대부등식의 뜻을 말할 수 있다.

활동 명제 이야기 - 영상 만들기

명제에서 학습한 내용을 실생활 소재로 하여 영상으로 제작한다.

- ① [계획 수립] → [콘티 작성] → [영상 제작] → [발표]의 과정을 거친다.
- ② 완성되면 발표 및 관람하는 시간을 갖는다.

〈영상 결과물 예시〉



수업 활동

유의점

- 명제가 실생활 사례로 표현되도록 제작 과정에서 충분히 안내한다.
- 모둠원이 즐겁게 모두 영상에 참여할 수 있도록 유도한다.

V

함수

학습 목표

- 함수의 뜻과 성질, 함수의 그래프, 합성함수와 역함수를 알아본다.
- 유리함수와 무리함수의 그래프를 그려보고, 그 그래프의 성질을 이해한다.

주제	활동	집필자
17 함수의 뜻과 그래프	활동 1 우리 주변에서 함수를 찾아라!	김경진 (해룡고)
	활동 2 함수의 그래프의 유용성	
18 합성함수와 역함수	활동 1 합성함수와 역함수란? - 개념 소화시키기	
	활동 2 암호문을 만들어 마음을 전하자!	
19 유리함수	활동 1 유리함수의 그래프의 특징 파악하기	
	활동 2 유리함수의 그래프의 성질 탐구하기	
	마무리 활동 문제 풀이 마블로 땅 따먹기	

17

V-1. 함수

함수의 뜻과 그래프

학습 목표 · 함수의 개념을 이해하고, 그 그래프를 이해한다.

거꾸로 수업 과정 안내

수업 준비

- ▶ **학습 목표 제시** 이번 단원의 학습 목표를 제시하며, 중학교에서 배운 함수의 정의를 확인한다.
- ▶ **디딤영상 내용 점검** 디딤영상의 주요 내용을 환기시키며 거꾸로 수업을 준비한다.

수업의 개요

수업 의도

우리 주변의 다양한 예를 통하여 대응 관계를 이해하고, 여러 가지 대응 중 함수가 되는 경우를 생각할 수 있게 한다.

또, 함수의 그래프를 통하여 대응으로써의 함수의 개념과 서로 같은 함수에 대한 개념을 직관적으로 이해할 수 있게 한다.

활동 1 우리 주변에서 함수를 찾아라

실생활에서 접할 수 있는 함수의 예를 찾고 이를 공유하는 과정을 통하여 함수의 개념을 이해한다.

활동 2 함수의 그래프의 유용성

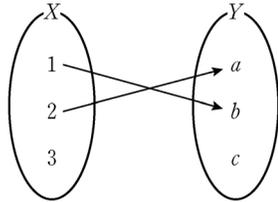
함수의 그래프를 직접 그려 보고 구분해 봄으로써 함수의 그래프의 유용성을 인식한다.

수업 정리

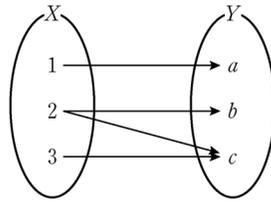
- ▶ **학습 확인** 이번 단원에서 배운 내용을 키워드 중심으로 언급하며 정리한다.
- ▶ **개별, 모둠별 활동지 제출** 개별, 모둠별 활동지 및 결과물에 대한 피드백을 한다.

① 대응: 공집합이 아닌 두 집합 X, Y 에 대하여 X 의 원소에 Y 의 원소를 짝 지어 주는 것을 집합 X 에서 집합 Y 로의 대응이라 한다. 이때 X 의 원소 x 에 Y 의 원소 y 가 대응하는 것을 기호로 $x \rightarrow y$ 와 같이 나타낸다.

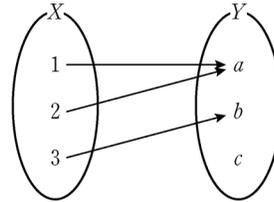
예 다음은 모두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$ 에서 집합 $Y = \{a, b, c\}$ 로의 대응이다.



[그림1]



[그림2]



[그림3]

② 함수: [그림3]과 같이 두 집합 X, Y 에 대하여 X 의 각 원소에 Y 의 원소가 오직 하나씩 대응할 때, 이 대응을 X 에서 Y 로의 함수라 하며, 이것을 기호로 $f : X \rightarrow Y$ 와 같이 나타낸다.

③ 정의역, 공역, 치역: 함수 $f : X \rightarrow Y$ 에서 집합 X 를 함수 f 의 정의역, 집합 Y 를 함수 f 의 공역이라 한다. 또, 함수 $f : X \rightarrow Y$ 에서 정의역 X 의 원소 x 에 공역 Y 의 원소 y 가 대응할 때, 이것을 기호로 $y = f(x)$ 와 같이 나타낸다. 이때 $f(x)$ 를 x 에서의 함수값이라 하고, 함수값 전체의 집합 $\{f(x) | x \in X\}$ 를 함수 f 의 치역이라 한다.

④ 함수의 그래프: 함수 $f : X \rightarrow Y$ 에서 정의역 X 의 원소 x 와 이에 대응하는 함수값 $f(x)$ 의 순서쌍 $(x, f(x))$ 전체의 집합 $\{(x, f(x)) | x \in X\}$ 를 함수 f 의 그래프라 한다.

함수 $y = f(x)$ 의 정의역과 공역이 실수 전체 집합의 부분집합일 때, 함수의 그래프는 순서쌍 $(x, f(x))$ 를 좌표평면에 점으로 나타내어 그릴 수 있다.

⑤ 일대일함수: 함수 $f : X \rightarrow Y$ 에서 정의역 X 의 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 가 성립할 때, 이 함수 f 를 일대일함수라 한다.

⑥ 일대일대응: 함수 $f : X \rightarrow Y$ 가 일대일함수이고 치역과 공역이 같을 때, 이 함수 f 를 일대일대응이라 한다.

⑦ 항등함수: 함수 $f : X \rightarrow X$ 에서 정의역 X 의 각 원소 x 에 그 자신인 x 가 대응할 때, 즉 $f(x) = x$ 일 때, 이 함수 f 를 집합 X 에서의 항등함수라 한다.

⑧ 상수함수: 함수 $f : X \rightarrow Y$ 에서 정의역 X 의 모든 원소 x 에 공역 Y 의 단 하나의 원소가 대응할 때, 즉 $f(x) = c$ (c 는 상수)일 때, 이 함수 f 를 상수함수라 한다.

활동 1 우리 주변에서 함수를 찾아라!

<p>효과</p>	<p>실생활에서 함수의 예를 찾아보는 과정에서 함수의 뜻을 이해하고 함수의 유용성을 확인할 수 있다.</p>
<p>준비물</p>	<p>스마트폰 또는 태블릿 PC(모둠당 2~3대)</p>
<p>수업 활동</p>	<ol style="list-style-type: none"> ① 검색을 통해 실생활에서의 함수의 예를 개인별 2가지씩 찾는다. ② 각자 찾은 함수의 예를 내용과 함께 정리한다. ③ 모둠원들과 자신이 찾은 함수의 예를 공유하고 토의한다. ④ 토의 후 내용을 수정·보완하여 가장 잘 표현된 함수의 예 2가지를 선정하여 SNS에 올린다. ⑤ SNS에 올린 것은 실시간으로 스크린을 통해 학급 전체 학생과 공유하고, 각 모둠의 발표자가 이를 토대로 발표하도록 한다. ⑥ 선정되지 못한 나머지 자료도 교실 벽에 게시하여 공유한다. <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;">  <p>△ 함수의 예를 SNS에 올리는 모습</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>△ 발표하는 모습</p> </div> </div>
<p>유의점</p>	<p>• 학생들이 상수함수, 일대일대응 등의 용어를 모르더라도 함수가 되는 예를 다양하게 찾을 수 있도록 유도한다.</p>

활동 2 함수의 그래프의 유용성

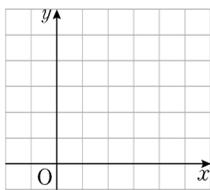
<p>효과</p>	<p>함수의 그래프는 정의역의 원소와 치역의 원소의 순서쌍 전체의 집합임을 알고, 일대일함수, 일대일대응, 항등함수, 상수함수 등 다양한 함수의 그래프를 시각적으로 확인할 수 있다.</p>
<p>준비물</p>	<p>활동지, 연필, 자, 모눈종이</p>
<p>수업 활동</p>	<ol style="list-style-type: none"> ① 함수의 정의를 모둠원들과 함께 확인한다. ② 함수의 그래프를 좌표평면에 나타낸다. ③ 좌표평면에 나타낸 그래프를 이용하여 서로 같은 함수를 찾고, 그 이유에 대한 자신의 생각을 모둠원들과 함께 이야기한다. ④ 주어진 그래프 중에서 함수의 그래프를 찾는다. ⑤ 함수를 그래프로 나타내면 식으로 표현된 함수보다 좋은 점이 무엇인지 생각하고 이에 대해 모둠원들과 함께 이야기한다. ⑥ 일대일함수, 일대일대응, 항등함수, 상수함수를 구별하는 방법을 익히고, 이들의 특징에 대해 모둠원들과 함께 이야기한다. <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  <p>△ 함수의 그래프에 대해 토의하기</p> </div>
<p>유의점</p>	<p>• 대수적으로 복잡한 계산이 목적이 되는 함수의 그래프는 지양한다.</p>

활동지2 함수의 그래프의 유용성

활동 유형	모둠 활동	소요 시간	30분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	함수의 그래프를 이해한다.			이름	

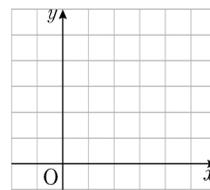
1 다음 함수의 그래프를 좌표평면에 나타내고, 치역을 구해 보자. 또, 서로 같은 함수인 것을 찾아보자.

(1) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$, 정의역: $\{x \mid x \neq 1 \text{인 실수}\}$



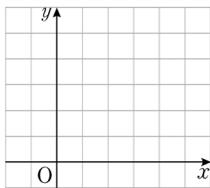
치역: $\{y \mid y \neq 2 \text{인 실수}\}$

(2) $f(x) = x^2$, 정의역: $\{-1, 2\}$



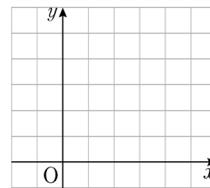
치역: $\{1, 4\}$

(3) $f(x) = x + 1$ (단, $x \neq 1$)



치역: $\{y \mid y \neq 2 \text{인 실수}\}$

(4) $f(x) = x + 2$, 정의역: $\{-1, 2\}$

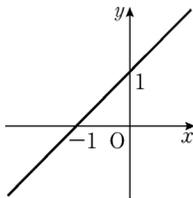


치역: $\{1, 4\}$

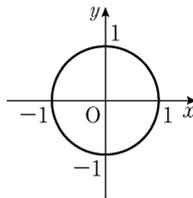
(1)과 (3), (2)와 (4)는 서로 같은 함수이다.

2 다음 중 함수의 그래프를 찾고, 함수의 그래프가 아닌 것은 그 이유를 말해 보자.

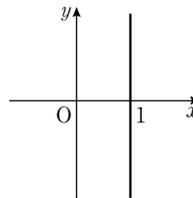
(1)



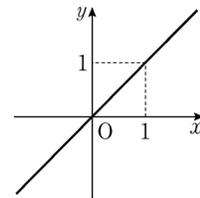
(2)



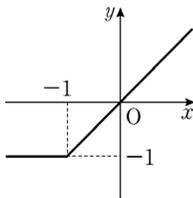
(3)



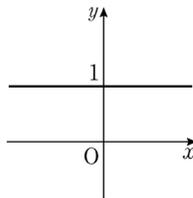
(4)



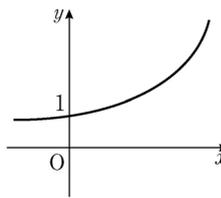
(5)



(6)



(7)



(1), (4), (5), (6), (7)은 함수의 그래프이다.

(2)는 정의역의 한 원소에 공역의 두 개의 원소가 대응하는 것이 있으므로 함수의 그래프가 아니다.

(3)은 정의역의 원소 1에 공역의 무수히 많은 원소가 대응하므로 함수의 그래프가 아니다.

3 함수를 그래프로 나타내면 식으로 표현된 함수보다 좋은 점이 무엇인지 말해 보자.

함수의 그래프는 함수의 정의역, 치역을 시각적으로 한눈에 볼 수 있어서 서로 같은 함수를 찾기 쉽다.

4 2의 함수의 그래프에서 일대일함수, 일대일대응, 항등함수, 상수함수의 그래프를 각각 찾아보자.

일대일함수 : (1), (4), (7)

일대일대응 : (1), (4)

항등함수 : (4)

상수함수 : (6)

V

5 4의 결과를 토대로 다음 중 옳지 않은 주장을 한 학생은 누구지 말하고, 그 이유를 설명해 보자.

효빈: 일대일함수이면 일대일대응이야.

호진: 항등함수의 치역은 정의역과 같아.

준혁: 상수함수의 치역의 원소는 한 개뿐이야.

효빈, (7)과 같이 일대일함수이지만 일대일대응은 아닌 것이 있으므로 효빈이의 주장은 옳지 않다.

6 우리 주변에서 일대일함수이지만 일대일대응은 아닌 함수를 찾아 모둠원들과 서로 이야기해 보자.

현재의 국가 대표 축구 선수의 집합을 정의역으로 하고 자연수 전체집합을 공역으로 할 때, 각 선수의 등 번호를 함수로 한다면 이 함수는 일대일함수이지만 일대일대응은 아니다.



- “정의역이나 공역을 다르게 한다면 일대일함수가 될까?”라는 질문으로 어떤 함수가 일대일함수 또는 일대일대응인지를 판별하려면 함수의 정의역과 공역을 명확하게 정해 주어야 함을 인지하게 한다.

활동 평가지

_____학년 _____반 _____번 이름 _____

① 내용 정리하기

- 오늘 배운 내용
- 가장 중요한 것
- 예를 들면

② 자기 평가하기

평가항목	평가내용	평가		
		상	중	하
내용 이해도	함수의 개념을 이해하고 있는가?			
	함수의 그래프를 구분하고, 함수의 그래프의 유용성에 대해 말할 수 있는가?			
활동 참여도	모둠 활동에 적극적으로 참여하였는가?			
	친구들의 아이디어를 인정하고 존중하였는가?			

③ 모둠 평가하기

모둠원 이름	좋았던 점	바라는 점

평가 기준 및 유의점

| 평가항목 |

활동	평가항목	모둠					
		1	2	3	4	5	
1	실생활에서 접할 수 있는 함수의 예를 찾고 이를 잘 설명하였는가?	A(우수)					
		B(보통)					
		C(미흡)					
2	함수의 그래프를 구분하고, 함수의 그래프의 유용성을 이해하였는가?	A(우수)					
		B(보통)					
		C(미흡)					

V

| 평가 진행시 유의점 |

- 모둠원들이 모두 참여하여 각자의 역할을 하고 있는지 확인한다.
- 문제 상황을 이해하고 해결 방안을 찾기 위한 다양한 생각을 시도하는지 평가한다.
- 적극적으로 자주적인 자세로 문제 해결을 위한 자료 수집과 분석을 하였는지 평가한다.

| 학교 생활기록부 기재 예시 |

수준	세부능력 및 특기사항
상	실생활에서 함수의 예를 정확히 찾아 설명할 수 있다. 또, 함수의 그래프를 정확히 구분하고 그 이유를 설명할 수 있으며 함수의 그래프의 유용성을 이해하고 있다.
중	실생활에서 함수의 예를 찾아 설명하고, 함수의 그래프를 구분할 수 있으며, 함수의 그래프의 유용성을 이해하고 있다.
하	실생활에서 함수의 예를 찾고, 함수의 그래프를 구분할 수 있다.

18

V-1. 함수

합성함수와 역함수

- 학습 목표**
- 함수의 합성을 이해하고, 합성함수를 구할 수 있다.
 - 역함수의 뜻을 이해하고, 주어진 함수의 역함수를 구할 수 있다.

거꾸로 수업 과정 안내

수업 준비

- ▶ **학습 목표 제시** 디딤영상 내용을 토대로 학습 목표를 스스로 설정하도록 한다.
- ▶ **디딤영상 내용 점검** 디딤영상 속 과제를 중심으로 주요 내용을 확인하며 거꾸로 수업을 준비한다.

수업의 개요

수업 의도

서로 질문을 주고 받으며 개념을 완벽히 이해하고, 암호라는 흥미있는 소재를 통해 역함수가 될 수 있는 조건을 스스로 발견할 수 있게 한다.

활동 1 합성함수와 역함수란? - 개념 소화시키기

친구와 서로 질문을 주고 받으며 합성함수와 역함수를 이해하고, 주어진 함수의 합성함수와 역함수를 구해 보는 활동이다.

활동 2 암호문을 만들어 마음을 전하자!

글자를 음표로 바꾸는 암호를 통해 역함수가 될 수 있는 조건을 이해하고, 이를 이용하여 암호문을 만들고 해독해 보는 활동이다.

수업 정리

- ▶ **학습 확인** 이번 단원에서 배운 내용을 키워드 중심으로 언급하며 정리한다.
- ▶ **개별, 모둠별 활동지 제출** 개별, 모둠별 활동지 및 결과물에 대한 피드백을 한다.

디딤영상 주요 내용

① 합성함수

두 함수 $f : X \rightarrow Y, g : Y \rightarrow Z$ 의 합성함수는

$$g \circ f : X \rightarrow Z, (g \circ f)(x) = g(f(x))$$

② 역함수

(1) 함수 $f : X \rightarrow Y$ 가 일대일대응일 때,

① f 의 역함수 $f^{-1} : Y \rightarrow X$ 가 존재한다.

② $y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$

③ $(f^{-1} \circ f)(x) = x \ (x \in X), (f \circ f^{-1})(y) = y \ (y \in Y)$

④ $(f^{-1})^{-1}(x) = f(x) \ (x \in X)$

(2) 두 함수 f, g 의 역함수를 각각 f^{-1}, g^{-1} 라 할 때, $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$

활동 1 합성함수와 역함수란? - 개념 소화시키기

효과	합성함수와 역함수의 뜻과 성질을 2인 1조로 질문을 주고 받으며 학습하여 완벽하게 자신의 것으로 만들 수 있다.
준비물	활동지
수업 활동	<ol style="list-style-type: none"> ① 합성함수와 역함수에 관한 디딤영상의 내용을 <개념 소화시키기> 활동을 통해 학습한다. ※ 개념 소화시키기 활동 디딤영상의 내용을 토대로 오늘 학습할 내용을 2인 1조로 질문을 주고 받으며 개념을 완벽하게 자신의 것으로 만들기 위한 활동 ② 모둠별로 활동지의 문제를 해결한다. ③ 활동지의 문제를 모두 해결한 모듬은 모듬장이 나와 교사에게 확인을 받는다. ④ 교사가 제시한 이야기거리를 모듬에서 자유롭게 이야기할 수 있도록 안내한다. (적절한 예를 들어 상대방을 설득할 수 있도록 학생들의 토의 과정에 '왜?'라는 질문을 던져 주며 순회한다.) ⑤ 모듬원들의 생각을 종합하여 발표한다.
유의점	<ul style="list-style-type: none"> • 교사는 순회하면서 학생들의 오류 내용을 수정한다. • 평소 배움 기록장을 기록하고 있다면 이 내용을 배움 기록장에 기록하게 해도 좋다.

V

활동 2 암호문을 만들어 마음을 전하자!

효과	음표로 표현하는 암호라는 소재를 이용하여 글자를 악보로, 악보를 글자로 바꾸는 과정을 직접 경험하게 함으로써 단어와 악보가 서로 역의 대응임을 스스로 발견할 수 있다.
준비물	활동지
수업 활동	<ol style="list-style-type: none"> ① 현대 사회에서 정보가 상품화되면서 암호의 가치가 더 높아지고, 정보를 암호화하는 과정이 일상생활에서 큰 비중을 차지하고 있는 신문 기사나 영화 등을 소개한다. ② 일정한 규칙에 따라 정보를 암호화하는 과정에서 일대일대응이 되지 않았을 때의 문제점에 대해 자신의 생각을 자유롭게 발표한다. ③ 활동지에 제시되어있는 자료를 토대로 간단한 암호를 작성하고, 이를 모듬원과 바꿔서 해독해 본다.

활동지1 합성함수와 역함수란? - 개념 소화시키기

활동 유형	모둠 활동	소요 시간	20분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	함수의 합성과 역함수의 뜻과 성질을 이해하고, 합성함수와 역함수를 구할 수 있다.			이름	

1 두 함수 $f(x) = 3x + 1$, $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1$ 에 대하여 다음을 구해 보자.

(1) $(g \circ f)(1)$ 9

(2) $(f \circ g)(-2)$ 10

(3) $(f \circ f)(2)$ 22

(4) $(g \circ g)(0)$ $\frac{3}{2}$

(5) $f^{-1}(-4)$ $-\frac{5}{3}$

(6) $(f^{-1} \circ f)(-3)$ -3

(7) $(f \circ f^{-1})(1)$ 1

(8) $(f^{-1})^{-1}(2)$ 7

(9) $f^{-1}(x)$ $f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$

(10) $g^{-1}(x)$ $g(x)$ 는 일대일대응이 아니므로 $g^{-1}(x)$ 를 구할 수 없다.

2 세 함수 $f(x) = x + 1$, $g(x) = 3x - 1$, $h(x) = x^2 - 2$ 에 대하여 다음 물음에 답해 보자.

(1) $f \circ g$ 와 $g \circ f$ 를 각각 구하고, 이들을 비교해 보자.

$$(f \circ g)(x) = 3x, (g \circ f)(x) = 3x + 2$$

따라서 $f \circ g \neq g \circ f$ 이다.

(2) $(f \circ g) \circ h$ 와 $f \circ (g \circ h)$ 를 각각 구하고, 이들을 비교해 보자.

$$(f \circ g)(x) = 3x, (g \circ h)(x) = 3x^2 - 7 \text{이므로}$$

$$((f \circ g) \circ h)(x) = (f \circ g)(x^2 - 2) = 3x^2 - 6, (f \circ (g \circ h))(x) = f(3x^2 - 7) = 3x^2 - 6$$

따라서 $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$ 이다.

3 두 함수 $f(x) = 3x - 2$, $g(x) = -x + 2$ 에 대하여 $(g \circ f)^{-1}$ 와 $f^{-1} \circ g^{-1}$ 를 각각 구하고, 이들을 비교해 보자.

$$(g \circ f)^{-1}(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}, (f^{-1} \circ g^{-1})(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$$

따라서 $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$ 이다.

활동지2 암호문을 만들어 마음을 전하자!

활동 유형	모둠 활동	소요 시간	40분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	역함수의 개념을 이해하여 암호를 만들고 해독할 수 있다.			이름	

최근에는 중요한 정보의 유출을 막고자 다양한 수학적 방법으로 정보를 암호화하는 기술이 발달하고 있다. 이러한 수학적 방법이 발달하기 이전에는 음표를 사용하여 암호를 나타내기도 하였다. 다음은 한글의 자음과 모음에 음표의 모양을 일대일대응시킨 것이다. (단, 모음은 \cdot , $-$, $|$ 를 조합하여 나타낸다. 예) $\uparrow \leftrightarrow | + \cdot$)

<4분음표> 도-ㄱ, 레-ㄴ, 미-ㄷ, 파-ㄹ, 솔-ㅁ, 라-ㅂ, 시-ㅅ, 도-ㅇ

<2분음표> 도-ㅈ, 레-ㅊ, 미-ㅋ, 파-ㅌ, 솔-ㅍ, 라-ㅎ, 시-•, 도-ㅡ, #-ㅣ

- 1 한글의 자음과 모음에 음표의 모양을 일대일대응시키지 않는다면 어떤 문제점이 있을지 말해 보자.
● 암호를 해독하는 데 있어서 정확성이 떨어질 수 있다.

- 2 위의 방법으로 전달하고 싶은 내용의 암호를 작성해 보자.

- 3 다른 모둠원이 만든 암호와 서로 바꾸어서 해독해 보자.

활동 평가지

_____학년 _____반 _____번 이름 _____

① 내용 정리하기

- 오늘 배운 내용
- 가장 중요한 것
- 예를 들면

② 자기 평가하기

평가항목	평가내용	평가		
		상	중	하
내용 이해도	함수의 합성을 이해하고, 합성함수를 구할 수 있는가?			
	역함수의 뜻을 이해하고, 주어진 함수의 역함수를 구할 수 있는가?			
활동 참여도	모둠 활동에 적극적으로 참여하였는가?			
	상대의 아이디어를 인정하고 존중하였는가?			

③ 모둠 평가하기

모둠원 이름	좋았던 점	바라는 점

평가 기준 및 유의점

| 평가항목 |

활동	평가항목	모둠				
		1	2	3	4	5
1	합성함수와 역함수의 뜻과 성질을 이해하고, 이를 구할 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
2	글자를 일정한 규칙에 따라 전혀 새로운 글자나 숫자, 또는 기호로 바꾸는 암호 체계를 통해 역함수가 되기 위한 조건을 이해하고, 이를 이용하여 암호문을 작성하고 해독할 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				

V

| 평가 진행시 유의점 |

- 모둠원들이 모두 참여하여 각자의 역할을 하고 있는지 확인한다.
- 문제 상황을 이해하고 해결 방안을 찾기 위한 다양한 생각을 시도하는지 평가한다.
- 적극적이고 자주적으로 문제 해결을 위한 자료 수집, 분석을 하였는지 평가한다.

| 학교 생활기록부 기재 예시 |

수준	세부능력 및 특기사항
상	합성함수와 역함수의 뜻과 성질을 이해하고, 합성함수와 역함수를 구하는 과정을 설명할 수 있다.
중	합성함수와 역함수의 뜻과 성질을 이해하고, 합성함수와 역함수를 구할 수 있다.
하	합성함수와 역함수의 뜻을 이해하고, 간단한 합성함수와 역함수를 구할 수 있다.

19

V-2. 유리함수와 무리함수

유리함수

학습 목표 · 유리함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 그래프의 성질을 이해한다.

거꾸로 수업 과정 안내

수업 준비

- ▶ **학습 목표 제시** 디딤영상 내용을 토대로 학습 목표를 스스로 설정하도록 한다.
- ▶ **디딤영상 내용 점검** 디딤영상 속 과제를 중심으로 주요 내용을 확인하며 거꾸로 수업을 준비한다.

수업의 개요

수업 의도

유리함수 중 가장 기본적인 형태인 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 꼴의 그래프를 스마트폰 어플리케이션을 이용하여 그려 보고, 이를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면

$y = \frac{k}{x-p} + q$ 가 되고 이를 변형하면 $y = \frac{cx+d}{ax+b}$ 꼴의 유리함수가 됨을 이해하게 한다.

활동 1 유리함수의 그래프의 특징 파악하기

스마트폰 어플리케이션을 이용하여 유리함수의 그래프를 그려 본 후 그래프의 특징을 파악한다.

활동 2 유리함수의 그래프의 성질 탐구하기

$y = \frac{cx+d}{ax+b}$ 꼴의 유리함수의 그래프의 성질을 토의를 통해 탐구한다.

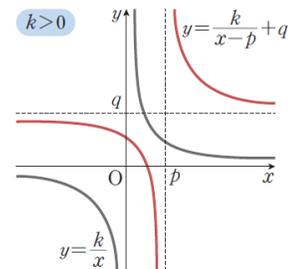
수업 정리

- ▶ **학습 확인** 이번 단원에서 배운 내용을 키워드 중심으로 언급하며 정리한다.
- ▶ **개별, 모둠별 활동지 제출** 개별, 모둠별 활동지 및 결과물에 대한 피드백을 한다.

디딤영상 주요 내용

① 유리함수 $y = \frac{k}{x-p} + q$ ($k \neq 0$)의 그래프

- ① 유리함수 $y = \frac{k}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다.
- ② 정의역은 $\{x | x \neq p \text{인 실수}\}$ 이고, 치역은 $\{y | y \neq q \text{인 실수}\}$ 이다.
- ③ 점 (p, q) 에 대하여 대칭이다.
- ④ 점근선은 두 직선 $x = p$ 와 $y = q$ 이다.



활동 1 유리함수의 그래프의 특징 파악하기

<p>효과</p>	<p>스마트폰 어플리케이션을 이용하여 유리함수 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$의 그래프를 그려 봄으로써 유리함수의 그래프의 특징을 흥미롭게 파악할 수 있다.</p>
<p>준비물</p>	<p>활동지, 스마트폰 또는 태블릿 pc</p>
<p>수업 활동</p>	<ol style="list-style-type: none"> ① $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 꼴의 유리함수의 식을 모둠별로 6개씩 만든다. ② 모둠별로 스마트폰 또는 태블릿 pc의 어플리케이션을 실행한다. ③ ①에서 만든 함수의 그래프를 어플리케이션을 이용하여 그려 본 후 캡처하여 활동지에 그림 파일로 첨부하여 작성한다. ④ ③에서 그린 그래프를 보고 모둠원끼리 유리함수의 그래프의 특징에 대하여 자유롭게 토의한다. ⑤ 모둠별로 토의 결과를 정리하여 전체 토의를 진행한다. ⑥ 전체 토의를 통해 유리함수 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$의 그래프의 특징을 정리한다. <div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: center;">△ 태블릿 PC를 이용한 활동 진행 모습</p>
<p>유의점</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 활동지를 스마트폰 또는 태블릿 PC에 파일로 제공한 후 수업을 진행하면 훨씬 원활하다.

활동지1 유리함수의 그래프의 특징 파악하기

활동 유형	모둠 활동	소요 시간	40분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	유리함수 $y = \frac{k}{x}$ 의 그래프를 그리고, 그 성질을 이해한다.			이름	

1 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 꼴의 유리함수의 식을 6가지 만들어 보자.

2 1에서 만든 함수의 그래프를 어플리케이션을 이용하여 그려 보자.
(그래프의 특징이 잘 보이도록 캡처하여 그림 파일로 첨부하여 작성한다.)

(1) 식:	(2) 식:	(3) 식:
(4) 식:	(5) 식:	(6) 식:

3 2에서 그린 그래프를 보고 자신이 생각하는 유리함수의 그래프의 특징을 정리해 보자.

활동 2 유리함수의 그래프의 성질 탐구하기

<p>효과</p>	<p>평행이동을 이용하여 유리함수 $y = \frac{cx+d}{ax+b}$ 의 그래프의 성질을 탐구한다.</p>
<p>준비물</p>	<p>활동지</p>
<p>수업 활동</p>	<ol style="list-style-type: none"> ① 도형의 평행이동을 모둠원과 함께 이야기하며 떠올린다. ② 개인별로 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 꼴의 유리함수의 식을 세운다. ③ ②에서 세운 유리함수의 그래프를 평행이동한 그래프를 나타내는 식 $y = \frac{k}{x-p} + q$ 를 구한다. ④ ③에서 구한 유리함수의 그래프를 그려 본 후, 각 그래프의 점근선, 정의역, 치역, 대칭인 점, 대칭인 직선 등을 찾고 그래프의 성질에 대해 토의한다. ⑤ $y = \frac{k}{x-p} + q$ 꼴을 $y = \frac{cx+d}{ax+b}$ 꼴로 변형하여 나타낸다. ⑥ 반대로 $y = \frac{cx+d}{ax+b}$ 꼴을 $y = \frac{k}{x-p} + q$ 꼴로 나타낼 수 있을까에 대한 질문을 던지고 그 방법에 대해 토의한다. <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;">   </div> <p style="text-align: center; margin-top: 10px;">△ 모둠원끼리 토의하는 모습</p>
<p>유의점</p>	<p>• 유리함수 $y = \frac{cx+d}{ax+b}$ 의 그래프를 그리기 위해서는 먼저 함수의 식을 $y = \frac{k}{x-p} + q$ 꼴로 변형해야 함을 알도록 지도한다.</p>

활동지2 유리함수의 그래프의 성질 탐구하기

활동 유형	모둠 활동	소요 시간	40분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	유리함수 $y = \frac{cx+d}{ax+b}$ 의 그래프를 그리고, 그 성질을 이해한다.			이름	

1 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 꼴의 유리함수의 식을 자유롭게 하나씩 만들어 보자.

2 1에서 만든 유리함수의 그래프를 자유롭게 평행이동하여 아래 표를 완성해 보자.

평행이동 그래프를 나타내는 유리함수			
점근선의 방정식			
정의역			
치역			
대칭인 점			
대칭인 직선			
그래프			

3 2에서 구한 유리함수를 $y = \frac{cx+d}{ax+b}$ 꼴로 나타내 보자.

활동 평가지

_____학년 _____반 _____번 이름 _____

① 내용 정리하기

- 오늘 배운 내용
- 가장 중요한 것
- 예를 들면

② 자기 평가하기

평가항목	평가내용	평가		
		상	중	하
내용 이해도	유리함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해하였는가?			
활동 참여도	모둠 활동에 적극적으로 참여하였는가?			
	상대의 아이디어를 인정하고 존중하였는가?			

③ 모둠 평가하기

모둠원 이름	좋았던 점	바라는 점

평가 기준 및 유의점

| 평가항목 |

활동	평가항목	모둠				
		1	2	3	4	5
1	유리함수 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 말할 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
2	유리함수 $y = \frac{cx+d}{ax+b}$ 의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 말할 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				

| 평가 진행시 유의점 |

- 모둠 활동을 통해 유리함수의 그래프의 특징을 적극적으로 탐구하려는 태도를 가졌는지를 평가한다.
- 유리함수의 개념과 그래프에 대한 내용을 잘 이해하고 있는지 평가한다.

| 학교 생활기록부 기재 예시 |

수준	세부능력 및 특기사항
상	유리함수의 그래프가 평행이동을 함에 따라 변화하는 식과 그래프의 특징을 명확하게 이해하고 설명할 수 있다.
중	유리함수 $y = \frac{k}{x}$, $y = \frac{k}{x-p} + q$, $y = \frac{cx+d}{ax+b}$ 꼴의 그래프의 특징을 찾고, 이를 설명할 수 있다.
하	유리함수 $y = \frac{k}{x}$, $y = \frac{k}{x-p} + q$ 꼴의 그래프의 특징을 찾을 수 있다.

활동 문제 풀이 마블로 땅 따먹기

- ① 거꾸로 마블판의 빈칸에 주어진 문제 번호를 쓴 포스트잇을 적당한 곳에 무작위로 붙인다.
- ② 모둠별 2명씩 팀을 정하고 한 팀씩 번갈아 가며 주사위를 던진다.
- ③ 모듬원 모두 각자의 학습지에 주사위를 던져 나온 해당 문제를 해결한 후, 주사위를 던진 팀의 풀이 과정과 답을 함께 확인하고 보완한다.
- ④ 문제의 풀이 과정과 답이 맞고 상대 팀을 이해시켰을 때, 해당 칸의 문제는 주사위를 던진 팀의 소유가 되어 포스트잇을 떼어 간다.
- ⑤ 찬스 칸이 나올 경우 해당 찬스를 이용한다.
찬스 칸은 모듬별로 재미있는 별칭이나 규칙을 정해 직접 찬스 칸을 추가로 만들어 볼 수 있다.
- ⑥ 종료 시까지 많은 문제(포스트잇)를 획득한 팀이 최종 승리한다.

수업 활동



△ 거꾸로 마블판



△ 실제 게임을 하는 모습

유의점

- 다양한 형태 및 난이도의 문제가 다루어지도록 문제를 선별한다.
- 서로 이해하고 이해시키는 활동에 주력하고, 경쟁이 아니라 즐겁게 협력하여 학습 효과를 높이는 것이 중요함을 상기시킨다.

VI

경우의 수

학습 목표

- 합의 법칙과 곱의 법칙을 이용하여 경우의 수를 구해 본다.
- 순열과 조합의 수를 구하는 방법을 알아본다.

주제	활동	집필자
20 경우의 수	활동 1 경우의 수의 합과 곱 - 빙고 게임	이해영 (나루고)
	활동 2 생활 속 발견!	
21 순열과 조합	활동 1 함께 하는 모둠 토론	
	활동 2 독서로 이해하는 순열과 조합	
	마무리 활동 돌가고 돌남기 트라이앵글	

20

VI-1. 경우의 수

경우의 수

학습 목표 · 합의 법칙과 곱의 법칙을 이해하고, 이를 이용하여 경우의 수를 구할 수 있다.

거꾸로 수업 과정 안내

수업 준비

- ▶ **학습 목표 제시** 이번 단원의 학습 목표를 제시하며, 중학교에서 배운 내용을 상기시킨다.
- ▶ **디딤영상 내용 점검** 디딤영상의 주요 내용을 환기시키며 거꾸로 수업을 준비한다.

수업의 개요

수업 의도

합의 법칙과 곱의 법칙을 이용하여 경우의 수를 구하는 여러 가지 문제를 직접 만들어 보고 해결하는 활동을 통해 학생들의 흥미를 유도하며, 실생활에서의 다양한 경우의 수를 구해 봄으로써 경우의 수의 계산의 필요성을 인식하게 한다.

활동1 경우의 수의 합과 곱 - 빙고 게임

문제 카드를 뽑아 빙고 게임을 하며 흥미있게 합의 법칙과 곱의 법칙에 관한 문제를 해결하는 활동이다.

활동2 생활 속 발견!

실생활에서의 다양한 경우의 수를 구하는 문제를 직접 만들고 해결해 봄으로써 경우의 수를 익힌다.

수업 정리

- ▶ **학습 확인** 이번 단원에서 배운 내용을 키워드 중심으로 언급하며 정리한다.
- ▶ **개별, 모둠별 활동지 제출** 개별 활동지 및 결과물에 대한 피드백을 한다.

디딤 영상 주요 내용

- ① **합의 법칙:** 두 사건 A , B 가 동시에 일어나지 않을 때, 사건 A 와 사건 B 가 일어나는 경우의 수가 각각 m , n 이면 사건 A 또는 사건 B 가 일어나는 경우의 수는 $m+n$ 이다.
- ② **곱의 법칙:** 두 사건 A , B 에 대하여 사건 A 가 일어나는 경우의 수가 m 이고 그 각각에 대하여 사건 B 가 일어나는 경우의 수가 n 일 때, 두 사건 A , B 가 동시에 일어나는 경우의 수는 $m \times n$ 이다.

활동 1 경우의 수의 합과 곱 - 빙고 게임

<p>효과</p>	<p>합의 법칙과 곱의 법칙에 대한 내용을 학습한 후, 간단한 빙고 게임으로 학생들의 학습에 대한 흥미를 유발시킨다.</p>															
<p>준비물</p>	<p>개인별 활동지, 빙고판(4종류 한 세트, 모둠 수만큼), 문제 카드(12문제 한 세트, 모둠 수만큼), 풀(모둠 수만큼)</p>															
<p>수업 활동</p>	<p>〈수업 준비 단계〉</p> <ol style="list-style-type: none"> 4인 1모둠 시 빙고판 4종류를 한 세트로, 모둠 수만큼의 세트를 준비한다. 이때 빙고판에서 4의 배수는 임의로 미리 적어 둔다. 1~16번 중에서 4의 배수를 제외한 번호에 해당하는 문제 카드 12장을 만든다. 이때 문제들은 교과서에 있는 합의 법칙과 곱의 법칙의 문제들을 이용한다. 만들어진 문제 카드 12장을 한 세트로 모둠 수만큼의 세트를 준비한다. <p>〈수업 단계〉</p> <ol style="list-style-type: none"> 각 모둠에게 빙고판과 문제 카드를 한 세트씩 배부한다. 학생들이 각자 빙고판에 1~16까지의 번호를 적는다. 번호를 부를 순서를 정한 후, 첫 번째 학생이 자신에게 유리한 번호를 부른다. 모듬의 모든 학생들은 그 번호의 문제를 자신의 학습지에 풀고, 답을 맞히면 자신의 빙고판의 번호에 색칠할 수 있다. 문제를 해결하지 못한 학생들은 빙고판의 번호에 색칠할 수 없다. 3빙고가 나올 때까지 순서대로 돌아가며 계속 진행한다. 빙고를 가장 먼저 외친 학생이 우승한다. <p style="text-align: center;">〈활동지 예시〉</p> <p style="text-align: center;">- 앞면 - 뒷면</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; text-align: center;">단원명</td> <td style="width: 50%; text-align: center;">반 번 이름</td> <td style="width: 25%;"></td> <td style="width: 25%;"></td> </tr> <tr> <td rowspan="2" style="text-align: center;">빙고판 붙이기</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">수업 일기</td> <td style="text-align: center;">도 장</td> </tr> </table>	단원명	반 번 이름			빙고판 붙이기									수업 일기	도 장
단원명	반 번 이름															
빙고판 붙이기																
		수업 일기	도 장													
<p>유의점</p>	<ul style="list-style-type: none"> 수업 진행 정도나 내용의 난이도에 따라 3빙고, 4빙고, 5빙고 등으로 진행할 수 있다. 문제 카드의 뒷면에 문제 번호를 크게 적고, 게임시에는 카드를 뒤집어 번호만 보이게 한다. 문제를 해결하는 속도가 느린 학생들에게도 약간의 시간적 여유를 주도록 학생들에게 주지시킨다. 															

활동지 1 경우의 수의 합과 곱 - 빙고 게임

활동 유형	모둠 활동	소요 시간	25분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	합의 법칙과 곱의 법칙을 이해하고, 이를 이용하여 경우의 수를 구할 수 있다.			이름	

빙고판 예시

- ※ 각 빙고판에 4의 배수를 임의로 넣은 빙고판을 배부한다.
1~16번 중에서 4의 배수를 제외한 나머지 번호는 학생들이 적는다.

	4		
		12	
	8		
16			

		8	
4			
	12		
			16

12			
	4		
	8		16

	16		4
	8		
			12

문제 카드 예시

<p>1. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 합이 4의 배수인 경우의 수를 구하시오.</p> <p style="text-align: right;">9가지</p>	<p>2. 서로 다른 꽃병 3개와 장미 4송이가 있다. 꽃병에 장미를 꽂기 위해서 꽃병 한 개와 장미 한 송이를 동시에 택하는 경우의 수를 구하시오.</p> <p style="text-align: right;">12가지</p>	<p>3. 한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 첫 번째에는 6의 약수의 눈이 나오고, 두 번째에는 3의 배수의 눈이 나오는 경우의 수를 구하시오.</p> <p style="text-align: right;">8가지</p>
<p>5. 다항식 $(a+b+c+d)(x+y)$를 전개할 때 생기는 항의 개수를 구하시오.</p> <p style="text-align: right;">8개</p>	<p>6. 1에서 12까지의 숫자가 각각 하나씩 적힌 12개의 공이 들어 있는 상자에서 한 개의 공을 꺼낼 때, 4의 배수 또는 5의 배수가 적힌 공이 나오는 경우의 수를 구하시오.</p> <p style="text-align: right;">5가지</p>	<p>7. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 합이 10 이상인 경우의 수를 구하시오.</p> <p style="text-align: right;">6가지</p>
<p>9. 음이 아닌 정수 x, y에 대하여 $x+y \leq 5$를 만족시키는 순서쌍 (x, y)의 개수를 구하시오.</p> <p style="text-align: right;">21개</p>	<p>10. 민서는 서로 다른 종류의 티셔츠, 바지, 점퍼를 각각 5벌, 3벌, 2벌 가지고 있다. 민서가 이 중에서 티셔츠, 바지, 점퍼를 각각 하나씩 택하여 입는 경우의 수를 구하시오.</p> <p style="text-align: right;">30가지</p>	<p>11. 108의 약수의 개수를 구하시오.</p> <p style="text-align: right;">12개</p>
<p>13. 어느 휴양림에는 야영장에서 대피소로 가는 길이 2가지, 대피소에서 정상으로 가는 길이 4가지, 야영장에서 정상으로 바로 가는 길이 3가지가 있다. 세 지점 중에서 같은 지점을 두 번 이상 지나지 않는다고 할 때, 야영장에서 정상까지 가는 모든 경우의 수를 구하시오.</p> <p style="text-align: right;">11가지</p>	<p>14. 양의 정수 x, y에 대하여 $x+y \leq 5$를 만족시키는 순서쌍 (x, y)의 개수를 구하시오.</p> <p style="text-align: right;">10개</p>	<p>15. 어느 샌드위치 가게에는 샌드위치를 주문할 때 추가로 택할 수 있는 4가지의 채소, 3가지의 치즈, 2가지의 소스가 준비되어 있다. 이 가게에서 채소, 치즈, 소스를 각각 하나씩 추가로 택하여 주문하는 경우의 수를 구하시오.</p> <p style="text-align: right;">24가지</p>

활동 2 생활 속 발견

<p>효과</p>	<p>신문에서 합의 법칙과 곱의 법칙을 적용한 사례를 찾아보며, 실생활에서의 경우의 수에 대하여 생각해 볼 수 있다.</p>										
<p>준비물</p>	<p>신문, 문제 카드(개인별 2장), A4 용지</p>										
<p>수업 활동</p>	<p>〈수업 준비 단계〉</p> <ol style="list-style-type: none"> 개인별로 신문을 1부씩 준비해 오게 한다. 문제를 적을 수 있는 빈 카드를 개인별로 2장씩 준비한다. 개인별로 A4 용지를 준비한다. <p>〈수업 단계〉</p> <ol style="list-style-type: none"> 문제를 적는 빈 카드를 개인별로 2장씩 나누어 준다. 학생들에게 신문을 읽고, 신문에 있는 또는 신문의 다양한 상황을 이용하여 합의 법칙과 곱의 법칙을 이용한 경우의 수를 구하는 문제를 개인별로 2문제씩 만들도록 한다. 문제 번호는 (모둠 번호)-(자리 위치)-(1, 2)로 한다. 앞면에는 문제 번호를 적고, 뒷면에는 문제 번호와 함께 만든 문제를 적는다. <p>예</p> <table style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td style="text-align: center;">- 문제 카드 앞면</td> <td style="text-align: center;">- 문제 카드 뒷면</td> <td style="text-align: center;">- 자리 위치</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 100px; display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin: 10px;"> <p style="font-size: 24px; font-weight: bold;">3-랑-1</p> </div> </td> <td style="text-align: center;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 100px; display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin: 10px;"> <p style="font-size: 24px; font-weight: bold;">3-랑-1</p> <p style="font-size: 12px; margin-top: 10px;">-----</p> <p style="font-size: 12px; margin-top: 5px;">개인별 문제 적기</p> </div> </td> <td style="text-align: center;"> <table border="1" style="margin: 10px;"> <tr> <td style="width: 30px; height: 30px; background-color: #fff9c4;">해</td> <td style="width: 30px; height: 30px; background-color: #e1bee7;">랑</td> </tr> <tr> <td style="width: 60px; height: 30px; background-color: #fce4ec;">요</td> <td style="width: 60px; height: 30px; background-color: #bbdefb;">사</td> </tr> </table> </td> </tr> </table> <ol style="list-style-type: none"> 모둠별로 해답지를 만든다. 각 모둠에서 만들어진 문제 카드를 옆 모둠으로 보내어 개인별로 A4 용지에 풀게 한다. 일정 시간이 지난 후에 해답지를 옆 모둠으로 보내어 자신이 풀어 본 문제를 모둠원들과 함께 확인하게 한다. 문제가 해결되지 않거나 의문이 있는 경우는 문제를 만든 모둠 또는 모둠원에게 확인하게 한다. 5~7을 반복한다. 	- 문제 카드 앞면	- 문제 카드 뒷면	- 자리 위치	<div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 100px; display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin: 10px;"> <p style="font-size: 24px; font-weight: bold;">3-랑-1</p> </div>	<div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 100px; display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin: 10px;"> <p style="font-size: 24px; font-weight: bold;">3-랑-1</p> <p style="font-size: 12px; margin-top: 10px;">-----</p> <p style="font-size: 12px; margin-top: 5px;">개인별 문제 적기</p> </div>	<table border="1" style="margin: 10px;"> <tr> <td style="width: 30px; height: 30px; background-color: #fff9c4;">해</td> <td style="width: 30px; height: 30px; background-color: #e1bee7;">랑</td> </tr> <tr> <td style="width: 60px; height: 30px; background-color: #fce4ec;">요</td> <td style="width: 60px; height: 30px; background-color: #bbdefb;">사</td> </tr> </table>	해	랑	요	사
- 문제 카드 앞면	- 문제 카드 뒷면	- 자리 위치									
<div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 100px; display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin: 10px;"> <p style="font-size: 24px; font-weight: bold;">3-랑-1</p> </div>	<div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 100px; display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin: 10px;"> <p style="font-size: 24px; font-weight: bold;">3-랑-1</p> <p style="font-size: 12px; margin-top: 10px;">-----</p> <p style="font-size: 12px; margin-top: 5px;">개인별 문제 적기</p> </div>	<table border="1" style="margin: 10px;"> <tr> <td style="width: 30px; height: 30px; background-color: #fff9c4;">해</td> <td style="width: 30px; height: 30px; background-color: #e1bee7;">랑</td> </tr> <tr> <td style="width: 60px; height: 30px; background-color: #fce4ec;">요</td> <td style="width: 60px; height: 30px; background-color: #bbdefb;">사</td> </tr> </table>	해	랑	요	사					
해	랑										
요	사										
<p>유의점</p>	<ul style="list-style-type: none"> 학생들의 수준에 맞추어 다양한 문제를 만들도록 안내한다. 예를 들어 학습 성취가 낮은 학생들은 합의 법칙과 곱의 법칙을 단순하게 사용하는 문제를, 학습 성취가 높은 학생들은 두 가지를 혼용한 경우의 수를 구하는 문제를 만들도록 한다. 학생들이 많은 이야기를 나누며 문제를 만들 수 있도록 충분한 시간을 주되, 잡담 나누는 시간을 줄여서 문제 만들기에만 집중할 수 있도록 지도한다. 										

활동 평가지

_____학년 _____반 _____번 이름 _____

① 내용 정리하기

- 오늘 배운 내용
- 가장 중요한 것
- 예를 들면

② 자기 평가하기

평가항목	평가내용	평가		
		상	중	하
내용 이해도	합의 법칙과 곱의 법칙을 이용하여 경우의 수를 구할 수 있으며, 이를 설명할 수 있는가?			
	실생활에서의 경우의 수를 구하는 문제를 만들고, 이를 해결할 수 있는가?			
활동 참여도	모둠원들과 협업하여 모둠 활동을 진행하는가?			

③ 모둠 평가하기

모둠원 이름	좋았던 점	바라는 점

평가 기준 및 유의점

| 평가항목 |

활동	평가항목	모둠				
		1	2	3	4	5
1	합의 법칙과 곱의 법칙을 잘 이해하고, 이를 이용하여 경우의 수를 구할 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
2	실생활에서의 다양한 상황에서의 경우의 수를 구하는 문제를 만들고, 이를 해결할 수 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				
	문제를 해결하는 과정에서 모둠원들끼리의 협업이 뛰어나고, 다른 모둠원들에 대한 배려심이 있는가?	A(우수)				
		B(보통)				
		C(미흡)				

| 평가 진행시 유의점 |

- 모둠원들이 모두 참여하여 각자의 역할을 하고 있는지 확인한다.
- 신문을 보며 문제를 만드는 활동은 창의적인 측면을 우선시해 평가한다.
- 문제에 대한 풀이 설명을 잘했는지에 대한 평가는 수업 직후에 상호평가한다.

| 학교 생활기록부 기재 예시 |

수준	세부능력 및 특기사항
상	합의 법칙과 곱의 법칙을 정확하게 구분하여 이해하고, 경우의 수를 구하는 문제를 만들고 해결할 수 있으며 이를 설명할 수 있다.
중	합의 법칙과 곱의 법칙을 구분하여 이해하고, 경우의 수를 구하는 문제를 해결할 수 있다.
하	합의 법칙과 곱의 법칙을 이용하여 간단한 경우의 수를 구할 수 있다.

21

VI-1. 경우의 수

순열과 조합

- 순열의 뜻을 이해하고, 순열의 수를 구할 수 있다.
- 조합의 뜻을 이해하고, 조합의 수를 구할 수 있다.

거꾸로 수업 과정 안내

수업 준비

- ▶ **학습 목표 제시** 이번 단원의 학습 목표를 제시하며, 중학교 때 배웠던 학습 내용과 상기시킨다.
- ▶ **디딤영상 내용 점검** 디딤영상의 주요 내용을 환기시키며 거꾸로교실 수업을 준비한다.

수업의 개요

수업 의도

일반적으로 순열과 조합은 순열에 대한 개념과 문제를 모두 해결한 다음 조합에 대한 개념과 문제를 해결하게 제시되어 있어 순열과 조합 각각의 문제를 해결하는 데 있어서는 큰 어려움이 없다. 그러나 실제로 문제를 해결해야 하는 경우, 문제에서 주어진 상황이 어떠한 상황인지에 대하여 정확한 판단을 해야 하는 것이 우선이며 그 후에 순열인지 조합인지를 생각해야 한다. 따라서 순열과 조합의 차이점을 정확히 이해한 후, 경우의 수를 구하는 연습을 하게 한다.

활동 1 함께 하는 모둠 토론

간단한 경우의 수를 직접 구해 보고, 순열과 조합의 차이점을 이해한 후 두 개념을 각각 정리해 본다.

활동 2 독서로 이해하는 순열과 조합

순열과 조합에 관련된 책을 읽고 스스로 내용을 정리한 후, 문제를 해결해 보는 활동이다.

수업 정리

- ▶ **학습 확인** 이번 단원에서 배운 내용을 키워드 중심으로 언급하며 정리한다.
- ▶ **개별, 모둠별 활동지 제출** 개별 활동지 및 결과물에 대한 피드백을 한다.

디딤영상 주요 내용

- ① **순열**: 서로 다른 n 개에서 r 개를 택하여 일렬로 나열하는 것을 n 개에서 r 개를 택하는 순열이라 한다.

$${}_n P_r = n(n-1)(n-2) \cdots (n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

- ② **조합**: 서로 다른 n 개에서 순서를 생각하지 않고 r 개를 택하는 것을 n 개에서 r 개를 택하는 조합이라 한다.

$${}_n C_r = \frac{{}_n P_r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

활동 1 함께 하는 모둠 토론

효과	순열과 조합에 대한 개념을 배우기 전에 순열과 조합의 개념이 들어가 있는 간단한 문제가 섞여 있는 활동지를 모둠원들이 함께 해결해 보며 순열과 조합의 기본 개념에 대하여 생각할 기회를 줄 수 있다.
준비물	활동지
수업 활동	<ol style="list-style-type: none"> ① 각 모둠에 모둠 활동지를 배부한다. ② 모둠원들이 함께 토론하여 활동지에 있는 문제를 해결한다. ③ 모둠판에 순서를 고려해야 하는 문제와 순서를 고려할 필요가 없는 문제로 구분하여 적은 후 모둠판을 칠판에 붙인다. ④ 각 모둠의 토의 결과를 확인하고, 모둠에서 다른 결과가 나온 의미 있는 문제에 대하여 의견을 발표한다. ⑤ 모두가 함께 최종 결과를 결정한다.
유의점	• 학생들의 자유로운 토론을 위하여 교사의 개입을 최대한 자제한다.

활동 2 독서로 이해하는 순열과 조합

효과	순열과 조합에 관련된 수학 독서 수업을 통하여 개념에 대한 이해를 좀 더 확실하게 할 수 있다.
준비물	순열과 조합에 관련된 도서, 활동지
수업 활동	<ol style="list-style-type: none"> ① 도서 ‘파스칼이 들려 주는 순열 이야기’, ‘파스칼이 들려 주는 조합 이야기’를 미리 읽고 수업에 참여하도록 한다. ② 읽은 내용 정리를 하면서 읽은 내용을 토대로 간단한 질문을 만들고, 활동지에 적을 시간을 5~10분 정도 준다. ③ <돌가고 돌남기> 활동을 위해 각 모둠에서 두 명씩 옆 모둠으로 이동한다. ④ 모둠에 남은 두 명은 자신의 모둠의 문제를 방문한 친구들에게 질문하고, 방문한 친구들은 문제를 해결한다. ⑤ 자신의 모둠으로 돌아와서 다른 모둠에 가서 듣고 해결한 문제를 공유한다.

활동지 1 함께 하는 모둠 토론

활동 유형	모둠 활동	소요 시간	20분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	순열과 조합의 뜻을 이해한다.			이름	

- 여름방학을 맞아 은주네 가족은 강원도로 여행을 가기로 하였다. 양양, 삼척, 강릉, 정선, 영월의 다섯 곳 중에서 두 곳을 선택하여 여행을 하려고 할 때, 여행지를 선택할 수 있는 방법의 수를 구해 보자.

(양양, 삼척), (양양, 강릉), (양양, 정선), (양양, 영월), (삼척, 강릉), (삼척, 정선), (삼척, 영월), (강릉, 정선), (강릉, 영월), (정선, 영월)의 10가지
- 체육대회를 위하여 1학년 1~4반이 모두 한 번씩 피구 경기를 하려고 할 때, 경기해야 하는 모든 경우의 수를 구해 보자.

(1반, 2반), (1반, 3반), (1반, 4반), (2반, 3반), (2반, 4반), (3반, 4반)의 6가지
- 갑, 을, 병, 정, 무 5명의 학생 중에서 칠판을 닦을 학생 1명과 재활용 쓰레기를 버릴 학생 1명을 정하는 방법의 수를 구해 보자.

(갑, 을), (을, 갑), (갑, 병), (병, 갑), (갑, 정), (정, 갑), (갑, 무), (무, 갑), (을, 병), (병, 을), (을, 정), (정, 을), (을, 무), (무, 을), (병, 정), (정, 병), (병, 무), (무, 병), (정, 무), (무, 정)의 20가지
- A, B, C, D, E 5명의 학생 중에서 청소 담당 학생 2명을 정하는 방법의 수를 구해 보자.

(A, B), (A, C), (A, D), (A, E), (B, C), (B, D), (B, E), (C, D), (C, E), (D, E)의 10가지

- 5 민트, 바닐라, 딸기, 초콜릿 4가지 맛의 아이스크림 중에서 서로 다른 2가지 맛의 아이스크림을 골라 하나의 컵에 담으려고 한다. 2가지 맛의 아이스크림을 고르는 방법의 수를 구해 보자.

(민트, 바닐라), (민트, 딸기), (민트, 초콜릿), (바닐라, 딸기), (바닐라, 초콜릿), (딸기, 초콜릿)의 6가지

- 6 진이네 가족이 제주도로 여행을 가려고 한다. 만장굴, 비자림, 성산일출봉, 우도 중에서 3곳을 택하여 여행하려고 할 때, 여행 코스를 정하는 방법의 수를 구해 보자.

(만장굴-비자림-성산일출봉), (만장굴-성산일출봉-비자림), (비자림-만장굴-성산일출봉),
 (비자림-성산일출봉-만장굴), (성산일출봉-만장굴-비자림), (성산일출봉-비자림-만장굴),
 (만장굴-비자림-우도), (만장굴-우도-비자림), (비자림-만장굴-우도), (비자림-우도-만장굴),
 (우도-만장굴-비자림), (우도-비자림-만장굴), (만장굴-성산일출봉-우도), (만장굴-우도-성산일출봉),
 (성산일출봉-만장굴-우도), (성산일출봉-우도-만장굴), (우도-만장굴-성산일출봉),
 (우도-성산일출봉-만장굴), (비자림-성산일출봉-우도), (비자림-우도-성산일출봉),
 (성산일출봉-비자림-우도), (성산일출봉-우도-비자림), (우도-비자림-성산일출봉),
 (우도-성산일출봉-비자림)의 24가지

- 7 진이네 가족이 제주도로 여행을 가려고 한다. 만장굴, 비자림, 성산일출봉, 우도 중에서 3곳을 택하여 여행하려고 할 때, 여행지를 선택하는 방법의 수를 구해 보자.

(만장굴, 비자림, 성산일출봉), (만장굴, 비자림, 우도), (만장굴, 성산일출봉, 우도),
 (비자림, 성산일출봉, 우도)의 4가지

- 8 중기와 보검이는 어느 피자 가게에서 두 종류의 피자를 주문하기로 하였다. 피자가 A, B, C, D, E, F의 6종류 있을 때, 주문할 수 있는 방법의 수를 구해 보자.

(A, B), (A, C), (A, D), (A, E), (A, F), (B, C), (B, D), (B, E), (B, F), (C, D), (C, E), (C, F), (D, E),
 (D, F), (E, F)의 15가지

활동지 2 독서로 이해하는 순열과 조합

활동 유형	모둠 활동	소요 시간	25분	소속	1학년 _____ 반 _____ 번
학습 주제	책을 읽고 순열과 조합의 수를 구하는 원리를 이해한다.			이름	

단원명	내용 알기	문제 해결하기	문제 만들고 해결하기
순열		Q. 네 명의 선수 A, B, C, D가 한 팀을 이루어 4인 조정 경기에 출전했다. A와 C가 서로 이웃하게 배에 앉는 경우의 수는?	Q.
		A. $3! \times 2! = 12$	A.
조합		Q. 어느 동아리 모집에 남학생 8명, 여학생 5명이 지원했다. 이 중에서 남학생 3명, 여학생 2명을 선발하는 경우의 수는?	Q.
		A. ${}_8C_3 \times {}_5C_2 = 560$	A.

활동 평가지

_____ 학년 _____ 반 _____ 번 이름 _____

① 내용 정리하기

- 오늘 배운 내용

- 가장 중요한 것

- 예를 들면

② 자기 평가하기

평가항목	평가내용	평가		
		상	중	하
내용 이해도	순열과 조합의 뜻을 이해하였는가?			
	순열과 조합의 수를 구할 수 있으며, 이를 설명할 수 있는가?			
활동 참여도	다른 모둠원들과 함께 협업하여 모둠 활동을 진행하였는가?			

③ 모둠 평가하기

모둠원 이름	좋았던 점	바라는 점

평가 기준 및 유의점

| 평가항목 |

활동	평가항목	모둠					
		1	2	3	4	5	
1	순열과 조합의 뜻을 잘 이해하고 있으며, 두 가지의 차이점을 정확하게 이해하고 설명할 수 있는가?	A(우수)					
		B(보통)					
		C(미흡)					
2	독서 수업을 통해 순열과 조합의 수를 구하는 방법을 이해하였는가?	A(우수)					
		B(보통)					
		C(미흡)					

VI

| 평가 진행시 유의점 |

- 모둠원들이 모두 참여하여 각자의 역할을 하고 있는지 확인한다.
- 모둠 활동에 대한 평가는 수업 직후에 상호 평가한다.

| 학교 생활기록부 기재 예시 |

수준	세부능력 및 특기사항
상	순열과 조합의 뜻을 이해하고, 두 가지의 차이점에 대하여 정확하게 구분하여 설명할 수 있으며 이를 이용하여 다양한 문제를 해결할 수 있다.
중	순열과 조합의 뜻과 두 가지의 차이점을 이해하고, 이를 이용하여 문제를 해결할 수 있다.
하	순열과 조합의 뜻과 두 가지의 차이점을 이해한다.

활동 **돌가고 돌남기 트라이앵글**

수업 활동

〈수업 준비〉

- ① 중단원 마무리 문제에서 난이도가 낮은 문제와 높은 문제를 적절히 혼합하여 한 문제지에 2~3 문항씩 분배되도록 3종류의 문제지를 만든다.
- ② 3종류의 문제지를 4장씩 프린트한다.
- ③ 문제를 풀 수 있는 개인별 활동지를 만들어 학생 수만큼 준비한다.

〈수업 진행〉

- ① 한 학급이 6모둠(모둠당 4명씩 총 24명)의 학생으로 구성되어 있는 경우 (1, 4모둠 - 문제지 1), (2, 5모둠 - 문제지 2), (3, 6모둠 - 문제지 3) 과 같이 모둠별로 각각 2장씩 분배한다.
- ② 각 모둠별로 받은 문제지의 문제를 해결할 수 있는 시간을 10분 정도 부여한다.
- ③ 4명 중 이동할 2명과 남은 2명을 정하고, 난이도가 낮은 문제와 난이도가 높은 문제를 맡아서 각자 설명할 수 있도록 연습하는 시간을 5분 정도 부여한다.
- ④ 각 모둠에서 2명씩 모둠의 문제지를 하나씩 들고 1~3모둠은 1 → 2 → 3 → 1모둠으로, 4~6모둠은 4 → 5 → 6 → 4모둠으로 이동한다.
- ⑤ 이동한 2명과 남은 2명이 서로 갖고 있는 문제지를 바꿔서 문제를 해결할 수 있도록 5분을 부여한다. 해결한 문제지를 서로 확인하고 설명할 수 있는 시간을 5분 정도 부여한다.
- ⑥ ④~⑤를 한 번 더 반복하고, 자기 모둠으로 되돌아와 수학일기를 작성하여 교사에게 제출한다.



△ 돌가고 돌남기 활동 모습

유의점

- 문제지를 만들 때, 각 문제지별로 서로 다른 색지에 프린트하면 구분하기에 좋다.
- 학생들의 학습 속도를 확인하며, 시간이 부족한 경우 추가 시간을 적당히 더 부여한다.

memo

memo